فصلنامهٔ اقتصاد و الگوسازی
دانشگاه شهید بهشتی، پاییز ۱۳۹۵

Quarterly Journal of Economics and Modelling
Shahid Beheshti University

تأثیر پیشرفت کیفی تولیدات بر رشد اقتصادی ایران در یک الگوی رشد درون‌زا: با تأکید بر ابداع در فرآیند تولید

رحیم دلالی اصفهانی*، نعمت اله اکبری**

حجت ایزدخواستی***، یاسر بلاغی اینالو******

تاریخ دریافت
۱۳۹۴/۹/۳۰

تاریخ پذیرش
۱۳۹۵/۹/۱

چکیده

تعیین مسیر بهینه‌ی متغیرهای اقتصادی به منظور رسیدن به یک هدف مشخص از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است که با استفاده از روش کنترل بهینه حاصل می‌شود. در این پژوهش، با استفاده از الگوی رشد درون‌زای شومپیتری نقش اختراع، ابداع و سرمایه‌گذاری در تحقیق و توسعه بر رشد اقتصادی تحلیل شده است. سپس، از طریق بهینه‌سازی پویا، مسیر رشد اقتصادی ایران در بلندمدت بدست آمده است. نتایج حاصل از شبیه سازی نشان دهنده این است که رشد بهینه با نرخ بازدهی بخش تحقیق و توسعه، ضریب کیفیت تولید، مقیاس اقتصاد و دوره برنامه‌ریزی رابطه‌ی مثبت دارد. همچنین، رشد بهینه با رجحان زمانی رابطه منفی دارد.

کلید واژه‌ها: رشد درون‌زا، تخریب خلاق، ابداع، اختراع.
طبقه‌بندی JEL: C61, O31, O33

* استاد گروه اقتصاد دانشکده علوم اداری و اقتصاد دانشگاه اصفهان، rateofinterest@yahoo.com
** استاد گروه اقتصاد دانشکده علوم اداری و اقتصاد دانشگاه اصفهان، nemata1344@yahoo.com
*** استادیار گروه اقتصاد دانشکده علوم اقتصادی و سیاسی دانشگاه شهید بهشتی، h_izadkhasti@sbu.ac.ir
**** کارشناس ارشد اقتصاد (نویسنده مسئول)، yaser831@gmail.com

۱- مقدمه

از زمان ارائه الگوی رشد نئوکلاسیکی سولو[۱] (۱۹۵۶)، اقتصاددانان نسبت به عدم تطابق چند مورد از اشارات و دلالت‌های آن با حقایق دنیای واقعی ناخرسند بودند. این الگوها از یک طرف نظریات رشد مبتنی بر سرمایه بودند و روی انباشت سرمایه فیزیکی و انسانی تأکید داشتند. از طرف دیگر بر پیشرفت فنی تأکید می‌کردند، اما تغییر فنی و رشد تکنولوژی را برون‌زا در نظر می‌گرفتند. بر این اساس، به منظور رفع نواقص متعدد الگوی رشد برون‌زای[۲] نئوکلاسیکی، الگوهای رشد درون‌زا[۳] مطرح شده‌اند. ویژگی الگوهای رشد درون‌زا، فقدان بازدهی نزولی نسبت به عواملی است که می‌توانند انباشت شوند و این باعث می‌شود که رشد اقتصادی به صورت مستمر ادامه داشته باشد. شومپیتر[۴] (۱۹۴۲) و رومر (۱۹۹۰)، پیشرفت فنی درون‌زا را مبتنی بر تحقیق و توسعه و نوآوری فناورانه[۵] می‌دانند. در این الگوها به نقش اختراع، ابداع و سرمایه‌گذاری در تحقیق و توسعه بر رشد اقتصادی پرداخته‌اند. شومپیتر (۱۹۴۲) معتقد است که در پیشرفت‌های اقتصادی جامعه سرمایه‌داری، رقابت به شیوه‌های کاملاً متفاوت صورت می‌گیرد و سود جدید از طریق جایگزینی تولید کالای جدید با کالاهای قدیم صورت می‌گیرد. بنابراین، رقابت روش‌های جدید تولید با روش‌های قدیمی دارای مزیت‌های زیادی است و این به معنای مرگ روش‌های تولید قدیمی است. شومپیتر با در نظر گرفتن تفاوت میان اختراع[۶] و ابداع[۷] به این حقیقت اشاره می‌کند که اختراعات فنی و علمی تا زمانی که به کار گرفته نشوند، هیچ فایده‌ای ندارند و کاربرد این اختراعات نیز به همان اندازه مستلزم جسارت و

---

۱. Solow
۲. Exogenous Growth Models
۳. Endogenous Growth Models
۴. Joseph Schumpeter
۵. Technological innovation
۶. Invention
۷. Innovation

استفاده از قوه تخیل است. افزون بر این، ابداعاتی که باعث پیشرفت‌های اقتصادی می‌شوند، بسیار فراتر از ماشین آلاتی هستند که در نظر اول توجه مردم را به خود جلب می‌کنند. این ابداعات به صورت کالای جدید، منابع جدید عرضه، تشکیلات صنعتی و مالی جدید و روش‌های جدید تولید ظاهر می‌شوند.

مسأله اصلی این پژوهش، تحلیل تأثیر پیشرفت کیفی تولیدات در نتیجه پیشرفت تکنولوژی بر رشد اقتصادی ایران در یک الگوی رشد درون‌زا است. در این راستا، مسیر بهینه رشد اقتصادی از طریق بهینه‌سازی پویا در قالب نظریه رشد شومپیتری به دست آورده می‌شود و در سناریوهای مختلف با استفاده از نرم افزار GAMS، به نقش پارامترهایی نظیر نرخ بازدهی بخش تحقیق و توسعه، ضریب کیفیت کالاها، مقیاس اقتصاد، نرخ رجحان زمانی و تغییر دوره برنامه ریزی بر مسیر رشد بهینه اقتصادی پرداخته می‌شود.

در ادامه در بخش دوم، ادبیات نظری و پیشینه تحقیق مربوط به نقش نوآوری در الگوهای رشد درون‌زا شرح داده می‌شود. در بخش سوم، الگوی رشد درون‌زای شومپیتری تحلیل می‌شود. در بخش چهارم، کالیبره کردن الگو و تعیین مسیر بهینه‌ی رشد اقتصادی در سناریوهای مختلف صورت می‌گیرد. در نهایت در بخش پنجم، به نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادات پرداخته می‌شود.

۲- ادبیات نظری و پیشینه پژوهش

الگوهای رشد نئوکلاسیکی برون‌زا، بیشتر بر نقش نیروی کار و سرمایه فیزیکی در رشد اقتصادی تأکید دارند و نرخ رشد اقتصادی را ثابت در نظر می‌گیرند. آدام اسمیت (۱۷۷۶) به عنوان اقتصاددان کلاسیکی در الگوی خود سه عامل نیروی کار، زمین و سرمایه را در تولید مؤثر می‌داند و معتقد است که سرمایه‌گذاری پایه اصلی رشد اقتصادی است. وی همچنین معتقد است آن‌چه باعث ارتقای بهره‌وری نیروی کار

می شود، انبا شت سرمایه[۱] ا ست؛ زیرا مهم‌ترین عامل ر شد بهره‌وری نیروی کار، تق سیم نیروی کار است و تقسیم نیروی کار به وسعت و بزرگی بازار بستگی دارد که این خود به انبا شت سرمایه وابسته ا ست. ریکاردو[۲] (۱۹۶۶) و سولو (۱۹۵۶)، در الگویی که مطرح کرده‌اند، انباشت عوامل تولید و رشد بهره‌وری را باعث افزایش محصول کل و رشد اقتصادی می‌دانند. در چارچوب تحلیلی سولو، کشورهایی که بخش زیادی از منابع خود را در سرمایهٔ فیزیکی و انباشت مهارت‌ها، سرمایه‌گذاری می‌کنند، ثروتمند هستند و کشورهایی که در این امر ضعیف هستند، دارای درآمد سرانهٔ پایین هستند. مشکل الگوهای ر شد نئوکلا سیک این ا ست که نرخ ر شد اقت صادی، ثابت و برابر با نرخ ر شد پیشرفت تکنولوژی در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، با توجه به برون‌زا بودن نرخ پیشرفت تکنولوژی و فرض بازدهی نزولی عوامل، نرخ رشد اقتصادی برون‌زا است و مستقل از پارامترهای ترجیحات، تابع تولید و رفتار متغیرهای سیا ستی ا ست. بنابراین، بر ا ساس الگوهای ر شد برون‌زا، نرخ ر شد یک سانی برای همه اقت صادها حا صل می شود و تو ضیح تفاوت نرخ‌های ر شد بلند مدت بین ک شورهای مختلف در توان این الگوها نیست. اما در دنیای واقعی تجربهٔ ک شورهای پی شرفته[۳] ن شان می‌دهد که تو ضیح نرخ ر شد اقت صادی، تنها از طریق سرمایه فیزیکی و جمعیت شاغل صورت نمی‌گیرد و عامل دیگری به جز سرمایه فیزیکی و عامل کار وجود دارد که رشد اقتصادی این جوامع را تشدید کرده است. این عامل که به عامل مازاد یا باقی‌مانده معروف شده، علت اساسی افزایش بهره‌وری سرمایه و نیروی انسانی به شمار می‌رود.

بنابراین، الگوهای ر شد درون‌زا به دنبال تو ضیح نقش عامل مازاد در ر شد اقت صادی ا ست. در این الگوها نرخ ر شد به صورت درون‌زا و از طریق پیشرفت فنی درون‌زا حا صل

---

۱. Capital Accumulation

۲. Ricardo

۳. Developed Countries

می‌شـــود. اما آنچه که باید مدنظر قرار گیرد، این اســـت که تغییرات تکنولوژی منجر به نوآوری بیشتر در اقتصاد می شود و یکی از تعیین‌کننده مهم رشد اقتصادی است که مشکل بازدهی ثابت مطرح شده بوسیله کلاسیک‌ها را حل می‌کند. نقطه شروع تدوین الگوهای رشـد اقتصـادی درون‌زا مقاله‌ی پایه‌ای رمزی[۱] (۱۹۲۸) اسـت. بعد از رمزی نیز مطالعات متعددی به صورت نظری بسط داده شده و به صورت تجربی مورد آزمون قرار گرفته‌اند[۲]. ویژگی الگوهای رشـــد درون‌زا، بازدهی فزاینده نســـبت به عواملی اســـت که می‌توانند انباشت شوند و این باعث می شود که رشد اقتصادی به صورت مستمر ادامه داشته باشد.

الگو های رشـــــد درون‌زای مبتنی بر فرایند ابداعانه به نقش اختراع، ابداع و سرمایه‌گذاری در تحقیق و توسعه بر رشد اقتصادی پرداخته می‌شود. شومپیتر (۱۹۴۲)، رومر (۱۹۹۰: ۷۹)؛ و گراســـمن و هلپمن[۳] (۱۹۹۰ و ۱۹۹۴) نوآوری فناورانه در الگوهای رشـــد را مطرح کرده‌اند. در این گروه از مطالعات با لحاظ کردن حق ثبت برای ایده‌های جدید تولیدی به منظور اســـتمرار آن‌ها، باعث افزایش دانش تولیدی قابل دســـترس برای عموم به عنوان یک محصول جانبی می‌شود و مبنای رشد مستمر قرار می‌گیرد. بنابراین، ایده‌های جدید به عنوان موتور رشد مطرح می شود. شومپیتر (۱۹۴۲) بر رشد مستمر موجود در ایده‌های جدید تولیدی یا رشـــد ناشـــی از نوآوری فناورانه تأکید دارند. وی معتقد اســـت که ایده‌ها با ارتقاء تکنولوژی تولید این امکان را فراهم می‌کند که ترکیب معینی از نهاده‌ها به تولید بیشتر محصول یا به تولید محصول بهتر منجر شود. بنابراین، وی هرگونه اختراعی را که منجر به ظهور شـــیوه‌ی جدیدی برای تولید کالاهای موجود

---

۱. Ramsey

۲. نگاه کنید به:

Arrow, (1962), Romer (1986, 1990), Lucas (1988), Bernstein and Nadiri (1989), Barro (1990), King and Rebelo (1993), Grossman and Helpman (1990, 1994).

۳. Grossman and Helpman

شـــود، آن را روند اختراع[۱] می‌نامد و هر گونه اختراعی که ســـبب تغییر شـــکل کالاهای موجود شود یا کالاهایی کاملاً جدید به وجود آورد، اختراع کالا می‌نامد. هنگامی که یک اختراع عملاً در جریان تولید یک اقتصـــاد قرار گیرد، ابداع در تولید یا ابداع در فرایند تولید ایجاد شده است. شومپیتر بهبود کیفیت تولیدات در نتیجه پیشرفت تکنولوژی را امواج ابداع[۲] می‌نامد. در الگوهای اولیه رشـد شـومپیتری که شـامل اثرات مقیاس اسـت، پیش بینی می‌کند که رشد در اقتصادهای بزرگ سریع‌تر از رشد در اقتصادهای کوچک است و رشد جمعیت باعث شتاب در رشد درآمد سرانه می‌شود (منبع).

رومر (۱۹۸۶ و ۱۹۹۰) معتقد اســت که ایده‌ها- در ســطح فن‌آوری- به خاطر غیر رقابتی بودن[۳]، با اغلب کالاها در اقتصاد متفاوتند. بنابراین، استفاده یک فرد از یک ایده مانع از اســـتفاده همزمان افراد دیگر نمی‌شـــود. این نوع ایده‌ها باعث ارتباط محکم بین الگوهای رشد مبتنی بر ایده و بازدهی فزاینده نسبت به مقیاس می‌شوند.

گراســـمن و هلپمن (۱۹۹۰ و ۱۹۹۴) تکنولوژی درون‌زا را به عنوان موتور محرکه رشـــد معرفی می‌کنند. آن‌ها ابداع و نوآوری را تابعی از نیروی کار شـــاغل در تحقیق و توســـعه در نظر می‌گیرند و معتقدند که این فعالیت‌ها با بهبود کمی و کیفی تولیدات، عامل محرکه رشـد اقتصـادی اسـت. بنابراین، پژوهش در نوآوری نقش قابل توجهی در سرعت بخشیدن رشد اقتصادی کشورها دارد.

آقیون و هویت[۴] (۱۹۹۲) به نقش عوامل دیگری از قبیل حقوق مالکیت فکری و ســرمایه‌گذاری مســتقیم خارجی بر نوآوری تأکید دارند و معتقدند که حمایت از حقوق مالکیت فکری و جذب سرمایه‌گذاری خارجی می‌توانند بستر مناسبی را برای نوآوری در اقتصاد فراهم کنند.

---

۱. Process of Invention
۲. Waves of Innovation
۳. Non rival
۴. Aghion and Howit

ایتون و کرتوم[۱] (۱۹۹۶) رابطه بین پیشرفت تکنولوژی و رشد اقتصادی را در کشورهای (OECD) بررسی کرده‌اند. نتایج حاصل از الگوی برآورد آن‌ها بیانگر این است که بیش از ۵۰ درصد رشد کشورهای توسعه‌یافته منتخب ناشی از نوآوری در کشورهای آمریکا، آلمان و ژاپن است.

کو و همکاران[۲] (۱۹۹۷) با پژوهش در ۷۷ کشور در حال توسعه نقش مخارج تحقیق و توسعه (R&D) را در نوآوری مدنظر قرار داده‌اند. نتایج حاصل از آن بیانگر این است که مخارج تحقیق و توسعه باعث افزایش بهره‌وری عوامل می‌شود.

فورمن و همکاران[۳] (۲۰۰۲) با استفاده از آمار ۱۷ کشور صنعتی عضو OECD در دوره ۱۹۷۳ تا ۱۹۹۵ به بررسی ظرفیت نوآوری ملی پرداخته‌اند. نتایج بیانگر این است که اندازه قابل توجهی از تفاوت بین کشورها به خاطر تفاوت در سطح نهادهای اختصاص داده شده به نوآوری نیروی کار و مخارج بکار برده شده در تحقیق و توسعه است.

چن و پوتیتانون[۴] (۲۰۰۵) در مقاله‌ای با استفاده از داده‌های ۶۴ کشور در حال توسعه در دوره (۲۰۰۵-۱۹۷۵) به بررسی عوامل موثر بر نوآوری پرداخته‌اند. نتایج حاصل از آن بیانگر این است که سرمایه انسانی، حقوق مالکیت فکری و تولید ناخالص داخلی سرانه تأثیر مثبتی بر نوآوری داشته‌اند.

لجر[۵] (۲۰۰۶)، در مقاله‌ای به بررسی تعیین‌کننده‌های نوآوری در کشورهای منتخب صنعتی و در حال توسعه در دوره (۱۹۹۵-۱۹۷۰) پرداخته است. نتایج حاصل از آن بیانگر این است که مخارج تحقیق و توسعه عامل مهمی در توضیح نوآوری است. همچنین، سرمایه انسانی اثر مثبتی بر نوآوری داشته است.

---

۱. Eaton and Kortum
۲. Coe rt al
۳. Furman et al
۴. Chen and Putitanun
۵. Leger

راموس و همکاران[۱] (۲۰۰۹) در مقاله‌ای به بررسی رابطه بین سرمایه انسانی و رشد اقتصادی ناحیه‌ای در اتحادیه اروپا در دوره (۲۰۰۵-۲۰۰۰) پرداخته‌اند. نتایج حاصل از آن بیانگر این است که حتی وقتی که کارگران ماهر برای پیدا کردن شغل مناسب ناتوان هستند، در سطح کل نسبت به کارگران غیر ماهر خود، بیشتر سودآور هستند.

کاسیا[۲] (۲۰۱۳) در مقاله‌ای به تحلیل نقش جمعیت بر تغیرات تکنولوژیکی پرداخته است. نتایج حاصل از آن بیانگر رابطه مثبت بین رشد جمعیت و نوآوری است. زیرا با وجود شبکه‌های بزرگ و تخصصی شدن امور احتمال ایجاد ایده‌های جدید، اختراعات و نوآوری جدید افزایش می‌یابد.

درگاهی و قدیری (۱۳۸۲) تجزیه و تحلیل عوامل تعیین کننده‌ی رشد اقتصادی ایران را مورد بررسی قرار داده‌اند. نتایج بیانگر این است که متغیرهای مؤثر بر سرمایه‌ی انسانی در الگوهای رشد درونزا همچون آموزش، تحقیق و توسعه و بهره وری تأثیر چندانی بر رشد اقتصادی ایران نداشته است.

کمیجانی و معمارنژاد (۱۳۸۵) در پژوهشی به بررسی اهمیت کیفیت نیروی انسانی و تحقیق و توسعه بر رشد اقتصادی ایران پرداخته است. نتایج حاصل از الگوی رشد درونزا بیانگر تأثیر مثبت نیروی کار، سرمایه انسانی، سرمایه‌ی فیزیکی و درآمد حاصل از صادرات نفت بر رشد اقتصادی است.

عبدلی (۱۳۸۶)، در مقاله‌ای به ارتباط بین نظام ملی نوآوری، ابداعات و جهش‌های اقتصادی پرداخته است. نتایج بیانگر این است که ابداعات در نظام ملی نوآوری ایران به گونه‌ای نیست که بتواند ابداعات و اختراعات را به طور پیوسته و درون‌زا تداوم ببخشد و به اقتصاد تزریق نماید.

ربیعی (۱۳۸۸) در مقاله‌ای با استفاده از الگوی رشد درون‌زای رومر به بررسی اثرات

---

۱. Ramos et al

۲. Coccia

نوآوری و سرمایه انسانی بر رشد اقتصادی ایران پرداخته است. نتایج حاصل از برآورد رگرسیونی انجام شده بیانگر اثر مثبت کالای واسطه‌ای و واردات ماشین آلات بر رشد اقتصادی است.

مطیعی (۱۳۸۹) در مقاله‌ای به تحلیل تأثیر سریزهای سرمایه‌گذاری مستقیم خارجی بر انتقال نوآوری در کشورهای در حال توسعه پرداخته است. نتایج حاصل از آن بیانگر ارتباط مستقیم بین سریزهای سرمایه‌گذاری مستقیم خارجی و نوآوری است.

خانی و نصراللهی (۱۳۹۲) در مقاله‌ای تأثیر رشد جمعیت بر نوآوری در ایران و کشورهای منتخب در دوره (۲۰۰۵-۱۹۷۵) پرداخته‌اند. نتایج حاصل از آن بیانگر این است که رشد جمعیت و حمایت از حقوق مالکیت فکری در کشورهای در حال توسعه باعث افزایش نوآوری شده است.

نیکومرام و همکاران (۱۳۹۲) در مقاله‌ای با استفاده از روش رگرسیونی به تبیین نقش تجارت خارجی و نوآوری از طریق دستیابی به تکنولوژی بر سرمایه‌گذاری و رشد اقتصادی ایران در دوره ۱۳۸۹-۱۳۶۰ پرداخته‌اند. نتیجه حاصل از آن بیانگر این است که نوآوری اثر مثبت بر رشد اقتصادی ایران داشته است.

۳- الگوی رشد درون‌زای مبتنی بر ابداع در فرایند تولید

در الگوهای رشد درون‌زای مبتنی بر فرایند ابداعانه به نقش اختراع، ابداع و سرمایه‌گذاری در تحقیق و توسعه بر رشد اقتصادی پرداخته می شود. آنچه که بر اساس نظریه رشد شومپیتر در این پژوهش بکار گرفته خواهد شد، پیشرفت فنی است که باعث تغییرات کیفی تولید می شود. در ادامه الگویی مطرح خواهد شد که در آن فرض شده فقط یک کالای نهایی وجود دارد و امکان افزایش کیفیت در حین معرفی تولیدات بهتر وجود دارد. همچنین، فرض شده نیروی کار به عنوان تنها عامل تولید دارای عرضه بی‌کشش است و بین تولید کالاهای صنعتی و خدمات تحقیق و توسعه (R&D) تخصیص می‌یابد.

در این الگو هر لحظه از زمان امکان جابجایی نیروی کار بین تولیدات صنعتی و خدمات تحقیق و توسعه وجود دارد. برای سادگی فرض شده که یک واحد نیروی کار می‌تواند یک واحد از تولید صنعتی یا یک واحد از خدمات تحقیق و توسعه را تولید نماید و تکنولوژی به مثابه مجموعه‌ی اجتماعی از معرفت هنرهای صنعتی به شمار می‌رود. بین آثار تغییر فنی و خود تغییر فنی تمایز وجود دارد. عموماً فرض بر این است که تأثیرات تغییر فنی، پیشرفت فنی را به دنبال دارد و معانی زیر از آن مستفاد می‌شود:

الف- به دست آوردن محصول بیشتر با مقادیر ثابت و معین نهاده ها؛ ب- محصول موجود در معرض تغییرات کیفی قرار گیرد؛ ج- کالاهایی کاملاً جدید تولید شود. در این الگو، ساختار رجحان مصرف‌کننده نوعی با استفاده از تابع مطلوبیت بین زمانی به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \ln[Z(0)]dt \qquad (۱)$$

که در آن: $\rho > 0$ نرخ رجحان زمانی مصرف‌کننده و $z(0)$ تابع مطلوبیت فرعی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Z(x_0, x_1, x_2, ..., x_q) = \sum_{q=0}^{\infty} \alpha^q x_q, \quad \alpha > 1 \qquad (۲)$$

در این رابطه: x تولید و $\alpha > 1$ درجه پیشرفت کیفی تولیدات در مقایسه با تولیدات وا سطه‌ای و q تعداد ابداعات ا ست. فرم تابعی $z(0)$ بیانگر جانشینی کامل بین تولیدات است. در این الگو مجموعه‌ای از تولیدات به صورت زیر قابل شمارش است:

$$\{x_0, x_1, x_2, ..., x_q\} \qquad (۳)$$

بنابراین، تابع مطلوبیت فرعی $z(0)$، به صورت تابعی از مخارج مصرفی سرانه خانوار، α درجه پیشرفت کیفی تولیدات در مقایسه با تولیدات واسطه‌ای و q تعداد ابداعات تعریف می‌شود:

$$Z(0)=[\alpha^{q}\ \frac{c(t)}{\alpha}] \qquad (۴)$$

که در آن: $c(t)$ مخارج مصرفی سرانه خانوار است و به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$c(t)=\frac{E(t)}{\overline{N}} \qquad (۵)$$

که در آن: $E(t)$ دلالت بر کل مخارج مصرفی خانوار و $\overline{N}$ دلالت بر جمعیت دارد. با جایگذاری تابع مطلوبیت فرعی در رابطه (۱)، حداکثر سازی تابع مطلوبیت با توجه به محدودیت دارایی خانوار به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$Max:\left\{\int_{0}^{\infty}e^{-\rho t}\ln C(t)dt+EXP\int_{0}^{\infty}e^{-\rho t}(q-1)\ln\alpha dt\right\} \qquad (۶)$$
$$s.t:\quad \dot{A}(t)=r(t).A(t)+1-C(t)$$

که در آن: A دارایی مصرف کننده، r نرخ بهره و EXP دلالت بر اپراتور انتظارات دارد[۱]. با توجه به اینکه بخش دوم انتگرال به هزینه‌های مصرفی یا دارایی خانوار بستگی ندارد، حداکثرسازی انتگرال اول صورت می‌گیرد. تابع هامیلتونین[۲]، متناظر با مسأله‌ی حداکثرسازی عبارت است از:

$$H=\{\ln C(t)+\lambda(t)[r(t).A(t)+1-C(t)]\}e^{-\rho t} \qquad (۷)$$

که در آن $\lambda(t)$ ضریب لاگرانژ[۳] است. شرایط مرتبه اول حداکثرسازی به صورت زیر حاصل می‌شوند:

$$H_C=U_C-\lambda_t=0 \qquad (۸)$$

$$H_A=\rho\lambda_t-\dot{\lambda}_t=0 \qquad (۹)$$

---

۱. به دلیل در نظر گرفتن میانگین تولیدات در بازه زمانی از اپراتور EXP استفاده شده است.

۲. Hamiltonian

۳. -به ضریب لاگرانژ متغییر هم‌وضعیت (Co-State Variable) گفته می‌شود و بیانگر این است که اگر مقدار محدودیت تغییر کند، مقدار مطلوب تابع هدف به اندازه ضریب لاگرانژ تغییر خواهد کرد. در مفهوم اقتصادی، ضریب لاگرانژ بیانگر تغییر در مطلوبیت کل به ازای یک واحد تغییر در درآمد است.

شرط تراگردی[۱] یا شرط کرانه پایانی به منظور رد بازی پونزی[۲] به صورت زیر بیان می‌شود[۳]:

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}\lambda_t a_t = 0 \qquad (۱۰)$$

با استفاده از شرایط مرتبه اول، رابطه تعادلی زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{\dot{C}_t}{C_t} = \frac{\dot{E}_t}{E_t} = r(t) - \rho \qquad (۱۱)$$

رابطه (۱۱)، رابطه اولر است که ارتباط بین رشد مخارج مصرفی و شکاف بین نرخ بهره واقعی و نرخ رجحان زمانی را در مسیر تعادلی بهینه نشان می‌دهد. مخارج مصرفی در تعادل وضعیت یکنواخت ثابت است، بنابراین، $r(t) = \rho$ خواهد بود. به عبارت دیگر نرخ بهره در هر لحظه از زمان برابر نرخ رجحان زمانی است. تابع مطلوبیت فرعی در حالت تعادل به صورت تابعی از مخارج مصرفی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Z(0) = \alpha^{q}.E/\alpha \qquad (۱۲)$$

که $q(t)$، دلالت بر تعداد ابداعات بین زمان صفر و زمان t دارد. با لگاریتم‌گیری و نمایش دادن آن به صورت $F(t,E)$ داریم:

$$F(t,E) = EXP\left[\ln(Z)\right] \qquad (۱۳)$$

با جایگذاری رابطه (۱۲) در رابطه (۱۳) داریم:

$$F(t,E) = \ln E - \ln\alpha + \ln\alpha\left[EXP(q)\right] \qquad (۱۴)$$

با فرض اینکه تعداد ابداعات از فرآیند پواسن با شدت L^{r} پیروی نماید، خواهیم داشت:

---

۱. Transversality Condition

۲. Non-Ponzi Game (NPG)

۳. در مسائل کنترل بهینه، اگر نقطه پایانی برنامه معین نشده باشد، در جواب بهینه برای مشخص کردن کامل مسیر جواب، یک شرط نهایی مربوط به نقطه پایانی وجود دارد که به طور قاطع مسیر بهینه را از سایر مسیرهای مجاز متمایز می‌کند. این شرط نهایی به شرط تراگردی معروف است.

$$EXP(q) = tL^{r} \tag{۱۵}$$

که در آن: t زمان اســـت. با جایگذاری رابطه مربوط به تعداد ابداعات در رابطه (۱۷)، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$F(t,E) = \ln E - \ln \alpha + tL^{r} \ln \alpha \tag{۱۶}$$

بنابراین، رشـــد بلندمدت شـــومپیتری به صـــورت تابعی از تعداد ابداعات در تولید به صورت رابطه زیر به دست می‌آید:

$$g = \frac{\partial F(t,E)}{\partial t} = L^{r} \ln \alpha \tag{۱۷}$$

که در آن α درجه پیشرفت کیفی تولیدات است. در ادامه، مسیر بهینه رشد اقتصادی در سناریوهای مختلف با استفاده از نرم افزار GAMS بدست آورده می‌شود. همچنین به نقش پارامترهای الگو نظیر نرخ رجحان زمانی، نرخ بازدهی بخش تحقیق و توســـعه، مقیاس اقتصـــاد، ضـــریب کیفیت کالاها و تغییر دوره برنامه‌ریزی بر مســـیر بهینه رشـــد اقتصادی پرداخته می‌شود.

۴- کالیبره کردن الگو و تعیین مسیر بهینه‌ی رشد اقتصادی

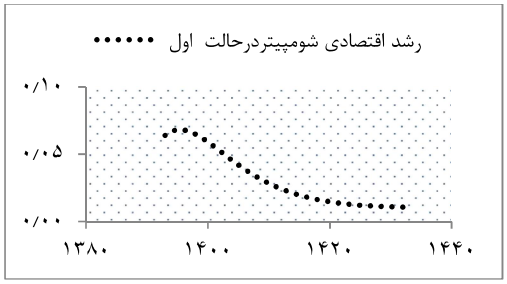
در این پژوهش مسیر بهینه رشد اقتصادی در سناریوهای مختلف با استفاده از نرم افزار GAMS برای اقتصاد ایران به شبیه‌سازی شده است و با مقایسه تطبیقی آن‌ها، روندهای محتمل اقتصاد ایران در شرایط مطلوب تحلیل شده است. از این رو لازم است که یک حالت به عنوان وضعیت پایه[۱] تعیین شود و سپس با تغییر پارامترها در شرایط مختلف نتایج حاصـل مقایسـه شـوند. اطلاعات مربوط به متغیرهای مصـرف و سـرمایه در سـال ۱۳۹۳ به عنوان سال پایه از نماگرهای اقتصادی گرفته شده است. در الگوی پایه مقادیر اولیه‌ای پارامترهای نرخ بازدهی بخش تحقیق و توســـعه، ضـــریب کیفیت کالاها، نرخ

۱. Base Case

رجحان زمانی و مقیاس اقتصاد در الگو مقداردهی شده و مسیر رشد بهینه در حالت پایه حاصل شده است. سپس با تغییر پارامترهای الگو نتایج حاصل شده در سناریوهای دیگر با حالت پایه مقایسه شده است. نتایج حاصل از شبیه سازی الگو در سناریوی مختلف صورت گرفته است که در ادامه به بررسی هر یک آن‌ها پرداخته می‌شود.

شبیه سازی الگو در سناریوی اول (پایه)

در سناریوی اول که الگوی پایه پژوهش نیز به شمار می‌رود، دوره برنامه‌ریزی (n) برابر با ۴۰ سال، نرخ رجحان زمانی (ρ) برابر با ۰/۲، نرخ بازدهی بخش تحقیق و توسعه (r) برابر با ۰/۲۵ و مقیاس اقتصادی (N) برابر با ۱/۲ در نظر گرفته شده است. با توجه به مقادیر پارامترهای فوق و همچنین مقادیر متغیرهای مصرف و سرمایه در سال ۱۳۹۳ به عنوان سال پایه، مسیر بهینه رشد شومپیتری در نمودار ۱ شبیه‌سازی شده است.



نمودار ۱. مقادیر رشد شومپیتری در سناریوی اول (پایه)

منبع. یافته‌های پژوهش

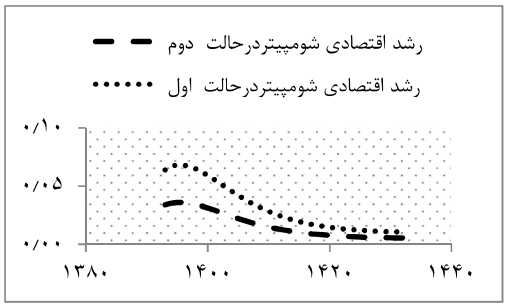
بر اساس نمودار (۱)، مسیر بهینه رشد شومپیتری به یک نرخ ثابت و همگرا رسیده است. مسأله‌ای که در قضایای ترن پایک[۱] نیز به وضوح از آن یاد شده که نرخ‌های رشد

۱. Turn Pike

متغیرهای اقتصادی باید با یک نرخ ثابت در حالت بهینه به رشد خود ادامه دهند.

شبیه سازی الگو در سناریوی دوم

در الگوهای اولیه ر شد شومپیتری که شامل اثرات مقیاس ا ست، پیش‌بینی می‌کند که ر شد در اقت صادهای با مقیاس کوچکتر کندتر از ر شد در اقت صادهای با مقیاس بزرگ‌تر است. برای آزمون نظریه‌ی یاد شده در مورد ایران، در این پژوهش به تغییر در این نرخ و بررسی تأثیر آن بر نرخ رشد اقتصادی پرداخته شده است. در این سناریو دوره برنامه‌ریزی برابر با ۴۰ سال، نرخ ترجیح زمانی ۰/۲، نرخ بازدهی بخش تحقیق و تو سعه ۰/۲۵ و مقیاس اقتصادی برابر با ۰/۹ در نظر گرفته شده است. با توجه به مقادیر پارامترهای فوق و همچنین مقادیر متغیرهای م صرف و سرمایه در سال ۱۳۹۳، م سیر بهینه ر شد شومپیتری در نمودار ۲ بد ست آورده شده و با سناریوی اول مقایسه شده ا ست. در این سناریو نیز ر شد اقت صادی شومپیتری به یک نرخ ثابت و همگرا ر سیده است. نتایج حاصل از مقایسه با حالت پایه بیانگر این است که با کاهش اثرات در مقیاس اقتصادی از ۱/۲ در حالت پایه به ۰/۹ مسیر رشد بهینه اقتصاد نسبت به حالت پایه را به سمت پایین منتقل می‌کند و باعث کاهش رشد اقتصادی شده است.

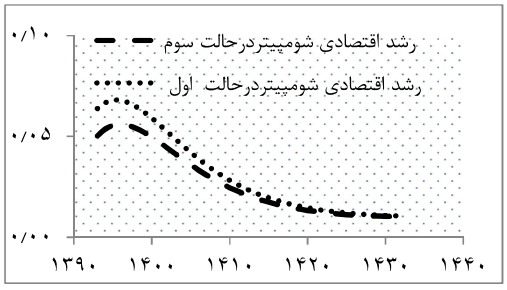


نمودار ۲. مقایسه‌ی مقادیر رشد شومپیتری در سناریوی اول و دوم.

منبع. یافته‌های پژوهش

شبیه سازی الگو در سناریوی سوم

در سناریوی دوم به بررسی اثرات کاهش درجه پیشرفت کیفی تولیدات بر رشد اقتصادی پرداخته شده است. در این سناریو دوره برنامه‌ریزی برابر با ۴۰ سال، نرخ ترجیح زمانی ۰/۲، نرخ بازدهی بخش تحقیق و توسعه ۰/۲۵ و مقیاس اقتصادی برابر با ۱/۲ در نظر گرفته شده است. با توجه به مقادیر پارامترهای فوق و مقادیر متغیرهای مصرف و سرمایه در سال ۱۳۹۳، مسیر بهینه رشد شومپیتری در نمودار ۳ به دست آورده شده است. مسیر رشد اقتصادی به یک نرخ ثابت و همگرا رسیده است. بر اساس رابطه نهایی رشد شومپیتری، پیشرفت فنی که با درجه پیشرفت کیفی تولیدات نشان داده شده است، مهم‌ترین عامل مؤثر در تعیین نرخ رشد اقتصادی است. برای آزمون نظریه یاد شده در مورد ایران، در این پژوهش به کاهش این نرخ و بررسی تأثیر آن بر مسیر رشد بهینه رشد اقتصادی پرداخته شده است. با کاهش درجه پیشرفت کیفی تولیدات مسیر رشد بهینه به سمت پایین منتقل می‌شود و باعث کاهش رشد اقتصادی می‌شود.



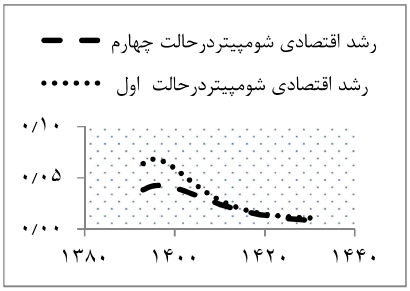
نمودار ۳. مقایسه‌ی مقادیر رشد شومپیتری در سناریوی اول و سوم.

منبع. یافته‌های پژوهش

بنابراین، با کاهش درجه پیشرفت کیفی تولیدات، مسیر بهینه رشد اقتصادی نسبت به سناریوی اول به پایین منتقل شده است

شبیه سازی الگو در سناریوی چهارم

در سناریوی چهارم به بررسی اثرات کاهش نرخ بازدهی بخش تحقیق و توسعه در اقتصاد ایران پرداخته می‌شود. در این سناریو دوره برنامه‌ریزی برابر با ۴۰ سال، نرخ ترجیح زمانی ۰/۲. نرخ بازدهی بخش تحقیق و تو سعه ۰/۲۳ و مقیاس اقت صادی برابر با ۱/۲ در نظر گرفته شده است. با توجه به مقادیر پارامترهای فوق و همچنین مقادیر متغیرهای مصرف و سرمایه در سال ۱۳۹۳ در نمودار ۴، با کاهش نرخ بازدهی بخش تحقیق و توسعه از ۰/۲۵ در حالت پایه به ۰/۲۳ مسیر بهینه رشد شومپیتری به سمت پایین منتقل شده و کاهش یافته است.



نمودار ۴. مقایسه‌ی مقادیر رشد شومپیتری در سناریوی اول و چهارم

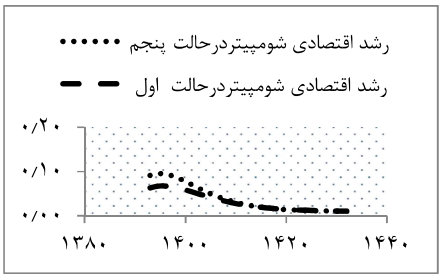
منبع. یافته‌های پژوهش

افزایش یا کاهش مصرف در طول زمان به بزرگ‌تر بودن یا کوچکتر بودن نرخ بهره به عنوان نرخ بازدهی بخش تحقیق و توسعه از نرخ رجحان زمانی افراد بستگی دارد. اگر نرخ بازدهی بخش تحقیق و توسعه از نرخ رجحان زمانی بزرگ‌تر باشد، مسیر مصرف در طول زمان رو به افزایش خواهد بود و برعکس. با توجه به مقادیر پارامترها در الگوی پایه، با کاهش نرخ بازدهی بخش تحقیق و توسعه از ۰/۲۵ به ۰/۲۳، باعث شکاف بین نرخ بازدهی بخش تحقیق و توسعه و نرخ رجحان زمانی می‌شود و باعث افزایش مصرف و

کاهش منابع اختصاص یافته به بخش تحقیق و توسعه می‌شود. در نهایت از طریق انتقال مسیر بهینه رشد شومپیتری به سمت پایین باعث کاهش رشد اقتصادی می‌شود.

شبیه سازی الگو در سناریوی پنجم

با توجه به تأثیر نرخ رجحان زمانی بر مصرف حال و مقدار منابع اختصاص یافته به بخش تحقیق و توسعه، در سناریو پنجم به بررسی اثرات کاهش نرخ رجحان زمانی در اقتصاد پرداخته می‌شود. در این سناریو دوره برنامه‌ریزی برابر با ۴۰ سال، نرخ ترجیح زمانی ۰/۱۸، نرخ بازدهی بخش تحقیق و توسعه ۰/۲۵ و مقیاس اقتصادی برابر با ۱/۲ در نظر گرفته شده است. با توجه به مقادیر پارامترهای فوق و همچنین مقادیر متغیرهای مصرف و سرمایه در سال ۱۳۹۳ در نمودار ۵، با کاهش نرخ رجحان زمانی از ۰/۲ به ۰/۱۸ مسیر بهینه رشد اقتصادی نسبت به حالت پایه به سمت بالا منتقل می‌شود. زیرا کاهش نرخ رجحان زمانی سبب می‌شود که عاملین اقتصادی در تصمیم‌گیری‌های خود اولویت کمتری به زمان حال دهند، در نتیجه با کاهش مصرف فعلی و افزایش در پس انداز و سرمایه‌گذاری منابع اختصاص یافته به بخش تحقیق و توسعه افزایش یافته می‌یابد.

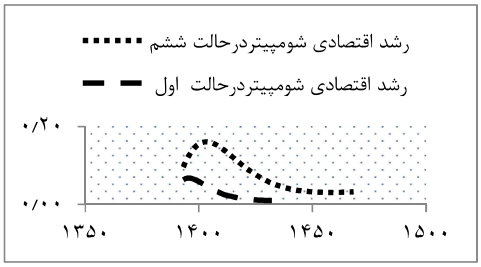


نمودار ۵. مقایسه‌ی مقادیر رشد شومپیتری در سناریوی اول و پنجم.

منبع. یافته‌های پژوهش

شبیه سازی الگو در سناریوی ششم

در سناریوی ششم به بررسی اثرات افزایش در طول دوره‌برنامه ریزی در اقتصاد پرداخته می‌شـود. این سـناریو دوره برنامه ریزی برابر با ۸۰ سـال، نرخ ترجیح زمانی ۰/۲، نرخ بازدهی بخش تحقیق و توسعه ۰/۲۵ و مقیاس اقتصادی برابر با ۱/۲ در نظر گرفته شده است. با توجه به مقادیر پارامترهای فوق و همچنین مقادیر متغیرهای مصرف و سرمایه در سـال ۱۳۹۳ در نمودار۶، با افزایش طول دوره برنامه‌ریزی از ۴۰ سـال به ۸۰ سـال مسیر بهینه رشد شومپیتری را نسبت به حالت پایه به سمت بالا منتقل می‌کند.



نمودار ۶. مقایسه‌ی مقادیر رشد شومپیتری در سناریوی اول و ششم.

منبع: یافته‌های پژوهش

۵- نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادات

در الگوهای رشد نئوکلاسیکی نرخ رشد ثابت و برابر با نرخ رشد پیشرفت تکنولوژی در نظر گرفته می‌شود. در این پژوهش با استفاده از الگوی رشد درون‌زای شومپیتری مسیر بلندمدت رشد بهینه اقتصاد ایران از طریق بهینه سازی پویا به دست آورده شده است. سپس با مقداردهی پارامترهای الگو مسیر بهینه رشد اقتصادی در حالت پایه با استفاده از نرم افزار GAMS به دسـت آورده شـده و با تغییر پارامترهای الگو مسـیر بهینه رشـد اقتصادی در سناریوهای مختلف با حالت پایه مقایسه شده است و تحلیل‌های مربوط به

آن صورت گرفته است. در این راستا، به تحلیل نقش نرخ رجحان زمانی، نرخ بازدهی بخش تحقیق و توسعه، مقیاس اقتصاد، ضریب کیفیت کالاها و تغییر دوره‌ی برنامه‌ریزی بر مسیر رشد بهینه اقتصاد ایران پرداخته شده است.

بر اساس رابطه نهایی رشد که به صورت بهینه‌یابی پویا حاصل شده است، پیشرفت فنی که با درجه پیشرفت کیفی تولیدات نشان داده شده است، مهم‌ترین عامل مؤثر در تعیین نرخ رشد اقتصادی است. برای آزمون تأثیر پیشرفت کیفی تولیدات بر رشد اقتصادی، پارامتر مربوط به درجه پیشرفت کیفی تولیدات نسبت به الگوی پایه کاهش داده شده است. این امر باعث انتقال مسیر بهینه رشد اقتصادی نسبت به سناریوی اول به سمت پایین شده است و رشد اقتصادی کاهش پیدا کرده است. نتایج همچنین بیانگر این است که با توجه به مقادیر پارامترها در الگوی پایه، با کاهش نرخ بازدهی بخش تحقیق و توسعه، شکاف بین نرخ بازدهی بخش تحقیق و توسعه و نرخ رجحان زمانی کمتر شده و باعث افزایش مصرف و کاهش منابع اختصاص یافته به بخش تحقیق و توسعه شده است. در نهایت از طریق انتقال مسیر بهینه رشد شومپیتری به سمت پایین باعث کاهش رشد اقتصادی شده است.

در الگوهای اولیه رشد شومپیتری که شامل اثرات مقیاس است، پیش بینی می‌کنند که رشد در اقتصادهای با مقیاس کوچکتر کندتر از رشد در اقتصادهای با مقیاس بزرگ‌تر است. برای آزمون اثر مقیاس بر رشد اقتصادی، به تغییر در این نرخ و بررسی تأثیر آن بر نرخ رشد اقتصادی پرداخته شده است. نتیجه حاصل از آن بیانگر این است که با کاهش اثرات در مقیاس اقتصادی مسیر رشد بهینه اقتصاد نسبت به حالت پایه از طریق انتقال مسیر بهینه رشد شومپیتری به سمت پایین، کاهش یافته است. همچنین، نتایج بیانگر این است که با کاهش نرخ رجحان زمانی، مصرف زمان حال کاهش یافته و باعث شده تا مقدار منابع اختصاص یافته به بخش تحقیق و توسعه افزایش یابد. در نتیجه با انتقال مسیر بهینه رشد شومپیتری به سمت بالا، باعث افزایش رشد اقتصادی

شده است.

با توجه به نقش پارامترهای نرخ بازدهی بخش تحقیق و توسعه، ضریب کیفیت کالاها، مقیاس اقتصاد، نرخ رجحان زمانی و دوره برنامه‌ریزی بر مسیر رشد بهینه اقتصادی، به برنامه‌ریزان و سیاستگذاران پیشنهاد می شود در راستای انطباق مقادیر پارامترهای فوق بر مقادیر بهینه، برنامه‌ریزی و سیاستگذاری کنند. همچنین، با توجه به اینکه تحقیق و توسعه تأثیر مستقیمی بر کیفیت تولید دارد، به دولت پیشنهاد می‌شود با افزایش سهم مخارج R&D و حمایت از حقوق مالکیت فکری بستر لازم را برای نوآوری و افزایش پیشرفت کیفی تولیدات و رشد اقتصادی پایدار فراهم کند.

منابع و مأخذ:

- Abdul, G. (2007). National Innovation System, Innovation and Economic Mutations. *Economic Researches Quarterly*, 31, 126-103, (In Persian).
- Aghion, P., & Howitt, P. (1992). A Model of Growth Through Creative Destruction. *Econometrica*, 60, 323–351.
- Arrow, K. (1962). The Economic Implications of Learning by Doing. *The Review of Economic Studies*, 29 (3), 155-173.
- Barro, R.J. (1990). Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth. *Journal of Political Economy*, 98(5), 103-125.
- Barro, R.J., & Sala-i-Marlin, X. (2004). *Economic Growth.* Second Edition; NewYork: McGraw-Hil.l.
- Bernstein, J.I., & Nadiri, M.I. (1989). Research and Development and Intraindustry Spillovers: an Empirical Application of Dynamic Duality. *Review of Economic Studies*, 56 (2), 249-269.
- Chen, Y., & Puttitanun, T. (2005). Intellectual Property Rights and Innovation in Developing Countries. *Journal of Development Economics*, 78(2), 474-493.
- Coccia, M. (2013). Population and Technological Innovation: the Optimal Interaction Across Modern Countries. Working Paper 1591-0709.
- Coe, D.T., Helpman, E., & Hoffmaister, A.W. (1997). North–south R&D Spillovers. *Economic Journal*, 107, 134–149.

- Dargahi, H., & Ghadiry, A. (2003). Analysis the Determinants of Economic Growth (with an Overview of Endogenous Growth Models). *Business Journal*, 26, 1 -33, (In Persian).
- Dinopoulos, E. (2006). *Growth in Open Economies, Schumpeterian Models*, University of Florida.
- Eaton, J., & Kortum, S. (1997). Technology and Bilateral Trade. NBER Working Paper 6253.
- Furman, J.L., Porter, M.E. & Stern, S. (2002). The Determinants of National Innovation Capacity. *Research Policy*, 31(6), 899–933.
- Grossman, M., & Helpman, E. (1990). Trade, Knowledge Spillovers and Growth. Working Paper 3485.
- Khani, R. & Nasrallah, Z. (2013). The Impact of Population on Innovation in Iran and Selected Developing Countries. *Strategic Policies and Macro Quarterly*, 4, 106-87, (In Persian).
- King, R. G., & Rebelo, S. (1993). Transitional Dynamics and Economic Growth in the Neoclassical Model. *the American Economic Review*, 83(4), 908-931.
- Leger, A. (2006). Intellectual Property Rights and Innovation in Developing Countries: Evidence from Panel Data. Contributed Paper Prepared at the International Association of Agricultural Economists Conference, Gold Coast, Australia.
- Lucas, R.E. (1988). On the Mechanics of Economic Development. *Journal of Monetary Economics*, 22(1), 3-42.
- Motiei, M. (2010), The Effect of Foreign Direct Investment Overflows on Transfer of Innovation in Developing Countries. *Journal of Research in Economic Development*, 2, 69-41, (In Persian).
- Nikumram, H., Rahnamaei Roodposhti, F. & Jokar Tanght Karami, I. (2013), the Role of Foreign Trade and Innovation Through Access to Foreign Technology on Investment and Iran's Economic Growth. *Quarterly of Financial Knowledge of Securities Analysis*, 20, 108-91, (In Persian).
- Rabie, M. (2009), The Impact of Innovation and Human Capital on Economic Growth. *Knowledge and Development*, 26. 142-122. (In Persian).
- Ramos, R., Surinach, J. & Artis, M. (2009). Regional Economic Growth and Human Cpital: The Role of overeducation. IZA DPNO 4453.
- Ramsey, F.P. (1928). A Mathematical Theory of Saving. *The Economic*

Journal, 38 (152), 543-559.
- Ricardo, D. (1966). *On the Principles of Political Economy and Taxation.* ed.P. Straffa, Cambridge University Press.
- Romer, P.M. (1986). Increasing Returns and Long-run Growth. *Journal of Political Economy*, 94(5), 1002–1037.
- Romer, P.M. (1990). Endogenous Technological Change. *Journal of Political Economy*, 94, 71-102.
- Schumpeter, J.A. (1942). *Capitalism, Socialism and Democracy*. New York: Harper and Row.
- Solow, R.A. (1956). Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*, 70 (1), 65-94.

پیوست:

برنامه مسیر بهینه

```
$title simpler: simple schumpeterian growth
theory
sets T extended horizon /1393*1433/
scalars
rho welfare discount /0.2/
c0 initial cosumption/0.1/
ar interest rate/0.25/
A0 initial asset /100/ ;
parameters
dis(t) discount factor;
dis(t)=(1+rho)**(1-ord(t));
variables
A(t) asset
c(t) consumption
j performance index;
equations
Ad(t) asset difinition
jd performance index difinition  ;
Ad(t)..A(t)=e=A(t)*ar+1-c(t)+A(t-1);
jd..j=e=sum(t,dis(t-1)*log(c(t)));

*initial conditions
A.fx("1393")=A0;
c.fx("1393")=c0;
```

```
*these also from an initial point
A.lo(t)=0.01;
c.lo(t)=0.01;
model simpler /all/;
solve simpler maximizing j using nlp ;
parameter report solution summary;
report(t,"c")=c.l(t);
display report;
```