فصلنامهٔ اقتصاد
دانشگاه شهید بهشتی، پاییز ۱۳۸۹

Quarterly Journal of Economics
Shahid Beheshti University

ارائهٔ یک الگوی بهینه برای نگهداری ذخایر ارزی کشور در بانک مرکزی با استفاده از منطق فازی

محمد حسین پور کاظمی*
دکتر محمد ناصر شرافت **
فرشید غلامی***

چکیده

ورود یورو به سیستم پولی بین‌المللی به عنوان یک رقیب جدی برای دلار و کاهش مستمر ارزش دلار در برابر یورو و سایر ارزها در چند سال اخیر، خساراتی را برای کشورهایی که دارای ذخایر عمدتاً دلاری بوده‌اند، در برداشته است. لذا پیش‌بینی اینکه نوسانات ارزهای خارجی به کدام سو متمایل‌اند و تعیین سبد ارزی بهینه، حائز اهمیت است. در این مقاله، با استفاده از روش فازی آریما، نرخ برابری ریال ایران در برابر پنج ارز عمده یعنی دلار آمریکا، یورو، پوند انگلیس، ین ژاپن و فرانک سوئیس پیش‌بینی شده و با استفاده از رهیافت میانگین ـ واریانس، ترکیب بهینه برای نگهداری ذخایر ارزی کشور در بانک مرکزی با داده‌های ماهانهٔ ۱۳۸۱ لغایت ۱۳۸۵ به دست آمده است. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که خطای پیش‌بینی روش فازی آریما کمتر از خطای پیش‌بینی روش آریماست و بنا به رهیافت میانگین ـ واریانس، سهم دلار در ترکیب ذخایر ارزی کاهش، سهم یورو کمتر و سهم پوند بیشتر افزایش می‌یابد.

طبقه‌بندی JEL: *C22, F31, F37, G11*

کلید واژه‌ها: *سبد ارزی، پیش‌بینی، رگرسیون فازی، آریما، فازی آریما، رهیافت میانگین ـ واریانس*

---

* عضو هیئت علمی دانشکدهٔ علوم اقتصادی و سیاسی دانشگاه شهید بهشتی h_ pourkazemi@yahoo.com.au
** عضو هیئت علمی دانشکدهٔ علوم اقتصادی و سیاسی دانشگاه شهید بهشتی ma-sheraft@sbu.ac.ir
*** کارشناس ارشد دانشکدهٔ علوم اقتصادی و سیاسی دانشگاه شهید بهشتی farshidgholamy@yahoo.com

این مقاله برگرفته از پایان نامهٔ کارشناسی ارشد آقای فرشید غلامی در رشتهٔ اقتصاد نظری در دانشگاه شهید بهشتی به راهنمایی جناب آقای محمدحسین پورکاظمی است.

۱. مقدمه

مدیریت ذخایر ارزی از عوامل بسیار مهم سیستم پولی بین‌المللی است. بررسی عملکرد کنونی سیستم پولی کشورهای مختلف نشان می‌دهد، به دلایل مختلف که مهم‌ترین آن ورود یورو به سیستم پولی بین‌المللی است، مدیریت ذخایر ارزی نیاز به تغییر دارد.

با وجود افزایش ارزش یورو در چند سال گذشته، میزان نرخ بهره‌ای که به یورو در سیستم پولی بین‌المللی تعلق می‌گیرد کمتر از نرخ بهره‌ای است که به دلار و پوند تعلق می‌گیرد. کاهش مستمر ارزش دلار در برابر سایر ارزها، به ویژه یورو، در چند سال اخیر و سرعت کاهش در ماه‌های گذشته سبب شده کشورهایی همچون ایتالیا، چین، قطر، امارات و سوئد که دارای ذخایر ارزی عمدتاً دلاری هستند، به فکر تبدیل بخشی از ذخایر دلاری خود به ارزهای با آیندهٔ مساعدتر، همچون یورو بیفتند. کشور ما نیز در آذرماه ۱۳۸۵ با ابلاغ مصوبهٔ دولت مبنی بر جایگزینی یورو و ارزهای دیگر به جای دلار، زمینهٔ اجرایی شدن تغییر سبد ارزی و معاملاتی کشور را فراهم کرد. کارشناسان دلیل این اقدام را دو عامل برمی‌شمارند. عده‌ای از کارشناسان، مسائل سیاسی از جمله تحریم اقتصادی و اعمال محدودیت‌های مالی از سوی آمریکا علیه ایران و عده‌ای دیگر کاهش مستمر ارزش دلار در برابر یورو را عامل اصلی می‌دانند.

هدف این تحقیق بررسی تغییر سبد ارزی بر اساس تکنیک مدیریت پرتفوی ارزی است، لذا مسئلهٔ مهم این است که نوسانات ارزهای خارجی به کدام سو متمایل است و چه ترکیبی از ارزهای معتبر و مورد نیاز را باید برای ذخایر ارزی لحاظ کنیم تا با تغییر قیمت‌های آنها نسبت به هم، ضرری از این بابت متوجه کشور نشود. لذا یک ابزار پیش‌بینی‌کنندهٔ قوی می‌تواند رفتار آیندهٔ ارزها را به درستی به ما نشان دهد.

شایان ذکر است با توجه به محرمانه بودن ترکیب ذخایر ارزی در اکثر کشورها، در این تحقیق با محدودیت‌هایی از قبیل عدم اطلاع از ترکیب ذخایر ارزی کشور، میزان ذخایر ارزی، محل نگهداری ذخایر ارزی، میزان بهرهٔ پرداختی به ارزها و چگونگی تعیین ترکیب بهینهٔ ذخایر ارزی توسط بانک مرکزی مواجه هستیم و امکان مقایسهٔ سبد ارزی حاصل از تحقیق با سبد ارزی موجود در بانک مرکزی وجود ندارد.

با توجه به اینکه مدت زیادی از به وجود آمدن یورو نمی‌گذرد، مطالعاتی که در داخل

و خارج ایران در مورد ترکیب ذخایر ارزی صورت گرفته اکثراً شامل ارز یورو نیست. در صورتی‌که در این تحقیق، یورو در نظر گرفته شده است. همچنین در این تحقیق، برخلاف روش‌های معمول که از روش آریما برای پیش‌بینی استفاده می‌شود، از روش فازی آریما[1] که نوعی روش جدید پیش‌بینی است استفاده شده است.

۲. مطالعات انجام شده

پترسون (۱۹۹۵) با مطالعهٔ ترکیب پولی ذخایر ارزی کشورها مشاهده کرد که دلار اهمیت بیشتری نسبت به سایر ارزها در ترکیب ذخایر ارزی کشورها دارد و سهم دلار آمریکا در ترکیب ذخایر ارزی کشور ایسلند به تدریج در حال کاهش است. او با استفاده از رهیافت میانگین ـ واریانس ترکیب بهینهٔ ذخایر ارزی بانک مرکزی ایسلند را طی دورهٔ ۹۳-۱۹۸۷ برای چهار ارز دلار آمریکا، مارک آلمان، پوند انگلیس و ین ژاپن بررسی کرد. نتایج او نشان می‌دهد که با استفاده از بازدهی واقعی مبتنی بر گذشته[2]، ترکیب بهینهٔ ذخایر ارزی به درجهٔ ریسک گریزی حساس نیست، ولی با استفاده از بازدهی واقعی مبتنی بر آینده[3]، ترکیب بهینهٔ ذخایر ارزی به درجهٔ ریسک گریزی بسیار حساس است.

رامس‌ومی[4] (۱۹۹۹) با استفاده از تئوری تصمیم‌گیری فازی یک چارچوب کمی را برای تعیین ترکیب ذخایر ارزی ارائه داد. او فرض کرد که عملکرد بانک مرکزی برای ترکیب پولی ذخایر بر حسب بازدهی مبتنی بر گذشته در ارزش پول‌های متفاوت تعریف شود، که بر اساس یک مسئلهٔ بهینه‌یابی چند هدفه تعیین می‌شود. مزیت روش پیشنهادی او در این است که به هیچ فرض ضمنی در خصوص ریسک‌گریزی یا ریسک‌پذیری بانک مرکزی نیازی نیست. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که اولاً بانک‌های مرکزی به طور متوسط گرایش به طرفداری استفاده از دلار در ترکیب ذخایرشان دارند و بر روی دلار سرمایه گذاری می‌کنند؛ ثانیاً حتی اگر بانک‌های مرکزی تمایل به استفاده از دلار آمریکا در ترکیب ذخایرشان داشته باشند، سهم پوند انگلیس در پرتفوی ارزی می‌تواند در جهت کاهش سهم دلار افزایش یابد.

1 . Fuzzy ARIMA
2 . Ex post
3 . Ex ante
4 . Ramaswamy

کلیک[1] (۲۰۰۶) با مطالعهٔ ترکیب ذخایر ارزی سه کشور چین، ژاپن و کرهٔ جنوبی نتیجه گرفت که اگر بانک‌های مرکزی این کشورها مقاومتشان را در طرفداری از دلار کاهش دهند، احتمالاً سهم یورو در ترکیب ذخایر ارزی این کشورها به طور فزاینده‌ای افزایش خواهد یافت و حتی می‌تواند نسبت به دلار در نگهداری ذخایر ارزی برتری به دست آورد. این مطالعه نشان می دهد که طی دورهٔ ۹۸-۱۹۹۳(پیش از به وجود آمدن یورو) سهم پول‌های اروپایی در ترکیب ذخایر ارزی این کشورها ناچیز بوده، ولی طی دورهٔ ۲۰۰۴-۱۹۹۹ (پس از به وجود آمدن یورو) سهم یورو در ترکیب ذخایر ارزی این کشورها چشمگیر توجه بوده است. این مطالعه دلیل کاهش سهم دلار در ترکیب ذخایر ارزی بانک مرکزی کشورهای آسیایی را وجود فشارهایی برای متنوع ساختن نگهداری ذخایر بین‌المللی با توجه به تکنیک مدیریت پرتفوی و نیز وجود فشارهای سیاسی می‌داند.

سید جعفر سجادی (۱۳۸۰) با در نظر گرفتن حالت خاصی از مدل مارکوویتز که تنها به حداقل کردن میزان ریسک توجه کرده، به بررسی تأثیر حوادث ۱۱ سپتامبر بر سبد ارزی کشور پرداخته است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد با وجود مسائل و مشکلات اقتصادی و بحران سیاسی ناشی از عملیات ۱۱ سپتامبر، دلار آمریکا هنوز به عنوان ارز پایه می‌تواند سهم به سزایی را در سبد ارزی کشور به خود اختصاص دهد.

سهیلا بی ریا (۱۳۸۳) در پایان‌نامهٔ دورهٔ دکتری، ترکیب بهینهٔ ذخایر ارزی ۲۵ کشور نمونهٔ صادرکنندهٔ مواد خام را طی دورهٔ ۲۰۰۰- ۱۹۸۰ با استفاده از رهیافت میانگین ـ واریانس بررسی کرده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که در شرایط عدم وجود ریسک، کشورها ترکیب ذخایرشان را بر اساس بازدهی انتظاری ارزهای مختلف تعیین می‌کنند که در این شرایط بیشترین سهم ذخایر خالص ارز خارجی به صورت دلار نگهداری می‌شود؛ اما با وارد کردن ریسک به مدل ابتدا سهم بیشتری از ذخایر این کشورها به صورت ین و مارک نگهداری می‌شود و با افزایش درجهٔ ریسک‌گریزی، سهم دلار افزایش و سهم مارک و ین به تدریج کاهش می‌یابد.

1 . Click

۳. مبانی نظری

با توجه به اینکه تحقیق حاضر، به دو مسئلهٔ پیش‌بینی نرخ ارز و تعیین سبد بهینهٔ ارزی می‌پردازد، در این بخش به مبانی نظری این دو موضوع می پردازیم.

۱.۳. سبد بهینه

در اوایل دههٔ ۱۹۵۰ هری مارکوویتز (۱۹۵۲) مدل پایهٔ پرتفولیو را بنیان نهاد که نظریهٔ نوین پرتفولیو بر آن استوار است. پیش از مارکوویتز، سرمایه‌گذاران با مفاهیم بازده و ریسک با مسامحه برخورد می‌کردند. اگر چه آنها با مفهوم ریسک آشنا بودند، معمولاً آن را کمی نمی‌نمودند. سرمایه‌گذاران از سال‌ها پیش به طور شهودی می‌دانستند که پرگونه‌سازی، یک رویکرد هوشمندانه است. گفته می‌شد: "همهٔ تخم‌مرغ‌ها را در یک سبد نگذاریم"، – اما مارکوویتز نخستین کسی بود که مفهوم پرگونه‌سازی در سبد سرمایه‌گذاری به طور عام و سبد سهام به طور خاص را رسماً توسعه داد. او به طورکلی نشان داد که چرا و چگونه پرگونه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری(سهام)، ریسک آن را برای سرمایه‌گذاری کاهش می‌دهد. مارکوویتز نخستین کسی بود که یک معیار خاص برای ریسک سبد سهام تدوین و بازده منتظره و ریسک یک سبد سهام را استخراج کرد (پارکر جونز، ۱۳۸۰). نظر او بر پایهٔ مشخصه‌های بازده منتظره و ریسک اوراق بهادار بنا شده و در اصل، یک چارچوب نظری برای تحلیل گزینه‌های"ریسک و بازده" است. در حقیقت سرمایه‌گذاران می‌توانند سبد سهام کارا را به ازای یک بازده معین از طریق مشخص کردن یک بازده انتظاری برای سبد سهام و کمینه‌کردن ریسک سبد سهام در این سطح بازده شناسایی کنند. مارکوویتز برای توسعهٔ مدل خویش برخی مفروضات پایه‌ای را در نظر گرفت که این فرضیات به دو بخش تقسیم می‌شود.

الف: فرضیات مربوط به بازار که عبارت است از:

۱. هزینهٔ نقل و انتقال موجود نیست؛

۲. مالیات صفر است؛

۳. در بازار همه قیمت‌پذیر هستند نه قیمت‌گذار؛

۴. کلیهٔ سرمایه‌گذاران به اطلاعات کامل و رایگان دسترسی دارند.

ب: فرضیات مربوط به سرمایه‌گذار که عبارت است از:

۱. سرمایه‌گذاران منطقی، ریسک گریز و طالب ثروت بیشترند؛

۲. سرمایه‌گذاران مطلوبیت را همان بازده می‌دانند و بازده پرتفوی میانگین وزنی بازده‌هاست؛

۳. سرمایه‌گذاران تصمیمات خود را بر اساس ریسک و بازده اتخاذ می‌کنند؛

۴. توزیع احتمال بازده‌ها متقارن است؛

۵. سرمایه‌گذاران ریسک را همان انحراف معیار بازده‌ها می‌دانند؛

۶. سرمایه‌گذاران افق زمانی یک دوره‌ای دارند؛

۷. سرمایه‌گذاران انتظارات همگنی دارند.

۲.۳. پیش‌بینی

مدل‌سازان اقتصادی تأکید زیادی بر نظریه‌های اقتصادی و روابط همزمان میان متغیرها داشتند. این مدل‌ها بر اساس نظریه‌های اقتصادی ساخته شده و معمولاً روابط بلندمدت میان متغیرهای اقتصادی را تصریح می‌کنند. در مقابل مدل‌سازان سری زمانی، اعتقادی به نظریه‌های اقتصادی نداشتند و ادعا می‌کردند که ما هرگز درک صحیحی از چگونگی عملکرد دنیای واقعی نداشته‌ایم. پس بر این باور بودند که داده‌ها (نه نظریه‌های اقتصادی) می‌بایست مدل را تعیین کند.

هدف از تجزیه و تحلیل سری زمانی مطالعهٔ ساختار پویای داده‌هاست. رویکرد اساسی در تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی بررسی الگوی حاکم بر گذشتهٔ یک متغیر و استفاده از اطلاعات مذکور برای پیش‌بینی رفتار آیندهٔ آن است. فرض می‌شود عواملی که رفتار یک سری را تعیین می‌کنند در رفتار آتی آن نیز مؤثرند. در سری‌های زمانی مشاهدات پیاپی عموماً وابسته به یکدیگر هستند. استفاده از مدل‌های سری زمانی به دلیل نیاز به متغیرهای کمتر نسبت به مدل‌های اقتصادسنجی بسیار مفیدند. چنین مدل‌هایی به سادگی ساخته شده و در استفاده از آنها نیازی به اطلاعات قبلی در خصوص روابط علّی میان متغیرها وجود ندارد. افزون براین، در بسیاری موارد ، توضیح یا پیش‌بینی رفتار یک سری زمانی مانند y_t با استفاده از مدل ساختاری ناممکن یا دشوار است. برخی از موارد هنگام برآورد مدل‌های

ساختاری، خطای معیار آنقدر بزرگ است که بیشتر ضرایب برآورده شده را به لحاظ آماری غیرمعنی‌دار کرده و در نتیجه خطای معیار پیش‌بینی را نیز افزایش می‌دهد. به طور کلی مدل‌های سری زمانی در پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت نسبت به مدل‌های اقتصادسنجی (به‌ویژه در شرایط همخطی شدید، پایین بودن درجهٔ آزادی، معنی‌دار نبودن ضرایب و نظایر آن) نتایج بهتری ارائه کرده‌اند (ابریشمی ۱۳۸۱).

از اوسط دههٔ ۱۹۷۰ این دو رویکرد (سری زمانی و اقتصادسنجی) به یکدیگر نزدیک‌تر شده‌اند. یکی از روش‌های معروف مدل‌سازی سری زمانی ممکن، روش خودرگرسیون میانگین متحرک انباشته (*ARIMA*) است که تحت عنوان متدولوژی باکس ـ جنکینز شهرت یافته است. در سالیان اخیر، تلاش‌هایی برای پیش‌بینی‌های دقیق صورت گرفته است که می‌توان به روش فازی آریما، روش شبکه‌های عصبی و همچنین روش تلفیق منطق فازی و شبکه‌های عصبی اشاره کرد که در این مقاله از روش فازی آریما برای پیش‌بینی استفاده شده است.

تسنگ و همکاران (۲۰۰۱) مبتنی بر مفهوم اساسی مدل آریما و رگرسیون فازی تاناکا یک روش جدید پیش‌بینی به نام فازی آریما را پیشنهاد دادند و از آن برای پیش‌بینی نرخ ارز دلار تایوان در برابر دلار آمریکا استفاده کردند.

نتایج حاصل نشان می‌دهد که روش پیشنهادیشان بسیار رضایت‌بخش‌تر از روش آریماست، زیرا:

۱. روش فازی آریما تصمیم‌گیری را بر پایهٔ بهترین وضعیت احتمال به وجود می‌آورد؛

۲. روش فازی آریما به مشاهدات کمتری نسبت به مدل آریما احتیاج دارد (Tseng, et al., 2001, pp.9-19).

۴. روش تحقیق

روش‌های به کار گرفته شده در این تحقیق عبارت‌اند از : منطق فازی و رگرسیون خطی فازی، مدل آریما، مدل فازی آریما و رهیافت میانگین ـ واریانس مارکوویتز

۱.۴. منطق فازی و رگرسیون خطی فازی

پروفسور لطفی‌زاده در سال ۱۹۶۵ برای نخستین بار نظریهٔ مجموعه‌های فازی را مطرح کرد

(زیمرمن[1]، ۱۹۹۶) و از آن زمان تاکنون کاربردهای بسیار مفید و اثربخشی داشته است. معرفی مجموعه‌های فازی و کاربردهای آن یک انقلاب علمی در ریاضیات کاربردی به‌شمار می‌آید، طوری که دانستن آن برای تمامی رشته‌های مهندسی و ریاضیات کاربردی ضروری به نظر می‌رسد. نظریهٔ مجموعه‌های فازی هم‌اکنون یکی از زمینه‌های تحقیقاتی و کاربردی مورد علاقه و جذاب در بسیاری از رشته‌ها به شمار می‌رود. پروفسور لطفی‌زاده با معرفی نظریهٔ مجموعه‌های فازی، مقدمات مدل‌سازی اطلاعات نادقیق و استدلال تقریبی با معادله‌های ریاضی را فراهم کرد که در نوع خود تحولی عظیم در ریاضیات و منطق کلاسیک به وجود آورد. ایدهٔ نظریهٔ مجموعه‌های فازی با این عبارت توسط پروفسور لطفی‌زاده مطرح شد:" ما نیازمند نوع دیگری از ریاضیات هستیم تا بتوانیم ابهامات و عدم دقت رویدادها را مدل سازی کنیم، مدلی که متفاوت از نظریهٔ احتمالات است." لذا نظریهٔ فازی برای بیان و تشریح عدم قطعیت و عدم دقت در رویدادها به کار می‌رود که بر اساس منطق چند ارزشی به وجود آمده است. منطق فازی در واقع تکامل یافته و عمومی شدهٔ منطق کلاسیک است. در منطق کلاسیک که منطق دو ارزشی است هر گزاره می‌تواند درست یا نادرست باشد؛ در حالی که در منطق فازی که منطق چند ارزشی است، ارزش درستی هر گزاره می‌تواند عددی بین صفر و یک باشد. لذا قضاوت تقریبی و نادقیق، با به کارگیری منطق فازی ممکن می‌شود.

منطق فازی از طریق مجموعه‌های فازی کار می‌کند که این مجموعه تفاوت‌هایی با مجموعه‌های سنتی دارند. در مجموعه‌های سنتی یک عضو یا کاملاً در داخل مجموعه است (درجهٔ عضویت یک) یا ابداً در داخل مجموعه نیست (درجهٔ عضویت صفر). اما در مجموعه‌های فازی درجهٔ عضویت یک عامل، هر عددی بین صفر و یک می‌تواند باشد. در مجموعه‌های فازی یک انتقال تدریجی از عضویت کامل تا عدم عضویت کامل به چشم می‌خورد. نمونه‌ای از کاربرد منطق فازی در پیش‌بینی‌ها رگرسیون خطی با ضرایب فازی است که تاناکا در سال ۱۹۸۲ ارائه کرده است.

تاناکا و همکارانش رگرسیون خطی فازی را برای نخستین بار شرح دادند که در آن برخی از مفروضات دقیق مدل آماری کاسته شده است. مدل عمومی یک رگرسیون خطی

1 . Zimmerman

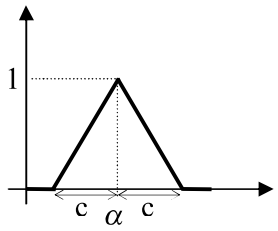
به صورت زیر است:

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_n x_n \qquad (۱)$$

که $x_1, x_2, \ldots, x_n$ متغیرهای مستقل و $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ ضرایب است. اگر در رابطهٔ فوق ضرایب را به ضرایب فازی تبدیل کنیم، یک رگرسیون خطی با ضرایب فازی خواهیم داشت. برای تبدیل ضرایب به ضرایب فازی از توابع عضویت استفاده می‌شود از جمله، توابع عضویت مثلثی، ذوزنقه‌ای و گوسی، زنگوله‌ای و ... که در این تحقیق از توابع عضویت مثلثی متقارن استفاده شده است. یک تابع عضویت مثلثی متقارن توسط دو پارامتر α و c تعریف می‌شود که به شرح ذیل است:

(۲)

$$\mu_{\tilde{A}_i}(a_i) = \begin{cases} 1 - \dfrac{|a_i - \alpha_i|}{c_i} & \alpha_i - c_i \le a_i \le \alpha_i + c_i \\ 0 & o.w \end{cases}$$



که در آن α_j مرکز عدد فازی و c_j پهنای عدد فازی است . بنابراین رگرسیون خطی (رابطهٔ ۱) به رگرسیون خطی با ضرایب فازی تبدیل می‌شود.

$$\tilde{y} = (\alpha_1, c_1)x_1 + (\alpha_2, c_2)x_2 + \ldots + (\alpha_n, c_n)x_n \qquad (۳)$$

تابع عضویت متغیر خروجی رگرسیون به صورت ذیل به دست می آید:

$$\mu_{\tilde{y}}(y) = \begin{cases} 1 - \dfrac{\left| y - \sum_{i=1}^{n} \alpha_i x_i \right|}{\sum_{i=1}^{n} c_i |x_i|} & x_i \neq 0 \\ 1 & x_i = 0, y = 0 \\ 0 & x_i = 0, y \neq 0 \end{cases} \qquad (۴)$$

۲.۴. مدل آریما

مدل عمومی $ARIMA(p,d,q)$ به صورت زیر است:

$$W_t = \alpha_1 W_{t-1} + \ldots + \alpha_p W_{t-p} + \varepsilon_t + \alpha_{p+1}\varepsilon_{t-1} + \ldots + \alpha_{p+q}\varepsilon_{t-q} \qquad (۵)$$

که p تعداد جملات خود رگرسیون ، d تعداد دفعات تفاضل‌گیری مرتبهٔ اول برای ساکن شدن سری زمانی، q تعداد جملات میانگین متحرک و W سری زمانی ساکن شده است. با استفاده از روش باکس- جنکینز p,d,q طی مراحل زیر به دست می‌آید.

۱. در این روش برای مدلسازی آریما باید یک سری ساکن یا سری زمانی که پس از چند بار تفاضل‌گیری (d) ساکن شود، داشته باشیم. پس در گام اول بایستی مانایی سری زمانی بررسی شود؛

۲. در مرحلهٔ دوم با استفاده از ابزار نمودار خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی به تعیین مقادیر p,q می‌پردازیم؛

۳. پس از تعیین مقادیر p,d,q به تخمین مدل می‌پردازیم؛

۴. در مرحلهٔ چهارم بایستی به بازبینی تشخیصی مدل بپردازیم.

باکس ـ جنکینز دو روش را برای اجرای بازبینی تشخیصی مدل پیشنهاد می‌کنند: ۱. روش برازش بیش از حد[1]؛ ۲. روش بازبینی تشخیص باقیمانده‌ها.[2] با بررسی این روش‌ها امکان دارد چندین مدل مورد پذیرفته شود که بایستی با استفاده از معیارهای AIC [3] (آکایک)، BIC [4] (بیزین) و SBC [5] (شوآرتز- بیزین) بهترین مدل انتخاب شود. در حقیقت درجهٔ بهینه p و q وقتی انتخاب می‌شوند که معیارهای مذکور حداقل شوند.

۳.۴. مدل فازی آریما

مدل فازی آریما با استفاده از پارامترهای فازی ابزار مفیدی برای پژوهشگران و مدیران در زمینهٔ برآورد ارتباط بین متغیرهایی که اطلاعات مبهم و برداشت فازی دارند، فراهم می‌کنند. این مدل یک روش ناپارامتری است و در صورتی‌که تعداد داده‌های متغیرها محدود و متغیرها در تقابل کیفی و مبهم و غیر دقیق و فازی باشند ابزاری مفید در برآورد

1 . Overfitting
2 . Diagnostic Checking
3 . Akaike Information Criterion
4 . Bayesian Information Criterion
5 . Schwarz Bayesian Criterion

پارامترها به‌شمار می‌آیند. فرض اولیه در مدل فازی آریما این است که انحراف بین مقادیر مشاهده شده و برآورد آنها به درجهٔ فازی بودن پارامترها، که به وسیله ساختار سیستم کنترل می‌شود وابسته است، نه به اندازه‌گیری مدل. در مدل آریما انحراف‌ها یا خطاهای بین مقادیر واقعی و برآورد شده ناشی از دو مولفه است که یکی خطای اندازه‌گیری و دیگری خطای تصادفی می‌باشد، ولی در مدل فازی آریما این انحراف‌ها ناشی از فازی بودن ساختار سیستم یا به عبارت دیگر فازی بودن پارامترهای سیستم است.

مدل فازی آریما نخستین بار توسط تسنگ (۲۰۰۱) بر اساس مفهوم مدل آریما و رگرسیون فازی تاناکا با هدف دستیابی به یک پیش‌بینی فاصله‌ای ارائه شد.

صورت فازی معادلهٔ (۱) به شکل زیر است:

$$\widetilde{W}_t = (\alpha_1, c_1)W_{t-1} + \ldots + (\alpha_p, c_p)W_{t-p} + \varepsilon_t + (\alpha_{p+1}, c_{p+1})\varepsilon_{t-1} + \ldots + (\alpha_{p+q}, c_{p+q})\varepsilon_{t-q} \quad (۶)$$

که در آن α_i مرکز اعداد فازی، c_i پهنای عدد فازی، ε_t پسماند است. که مقادیر α_i همان ضرایب به دست آمده از روش آریما می باشد و فقط نیاز به تعیین پهنای اعداد فازی(c_i) است.

برای تعیین پهنای اعداد فازی از مسئلهٔ کمینه یابی زیر استفاده می‌شود.

$$Minimize \quad S = \sum_{i=1}^{p}\sum_{t=1}^{k} c_i \left|\varphi_{ii}\right| \left|W_{t-i}\right| + \sum_{i=1}^{p+q}\sum_{t=1}^{k} c_i \left|\rho_{i-p}\right| \left|\varepsilon_{t+p-i}\right|$$

$$\text{S.t} \quad (۷)$$

$$\sum_{i=1}^{p}\alpha_i W_{t-i} + \varepsilon_t - \sum_{i=p+1}^{p+q}\alpha_i \varepsilon_{t+p-i} + (1-h)\left(\sum_{i=1}^{p} c_i \left|W_{t-i}\right| + \sum_{i=p+1}^{p+q} c_i \left|\varepsilon_{t+p-i}\right|\right) \geq W_t$$

$$\sum_{i=1}^{p}\alpha_i W_{t-i} + \varepsilon_t - \sum_{i=p+1}^{p+q}\alpha_i \varepsilon_{t+p-i} - (1-h)\left(\sum_{i=1}^{p} c_i \left|W_{t-i}\right| + \sum_{i=p+1}^{p+q} c_i \left|\varepsilon_{t+p-i}\right|\right) \leq W_t$$

$$c_i \geq 0 \quad \forall\, i = 1,\ldots, p+q \qquad , \quad t = 1,\ldots,k$$

که؛ ρ_{i-p} ضریب خودهمبستگی در وقفه $i-p$، φ_{ii} ضریب خودهمبستگی جزئی در وقفه i است.

با حل مسئلهٔ (۷) ضرایب مدل فازی آریما (رابطهٔ ۶) به دست می‌آید.

نکته: رابطه‌های ۷-۵ با فرض $d = 0$ نوشته شده است. اگر مثلاً $d = 1$ باشد به جای W_t عبارت $\Delta W_t = W_{t+1} - W_t$ استفاده می‌شود.

۴.۴. رهیافت میانگین ـ واریانس مارکوویتز[1]

مارکوویتز (۱۹۸۷) نخستین کسی بود که مفهوم پرتفولیوی کارا یا سبد سهام کارا را استخراج و به این صورت تعریف کرد که سرمایه‌گذاران می‌توانند سبد سهام کارا را به ازای یک بازده معین از طریق مشخص کردن یک بازده انتظاری برای سبد سهام و کمینه کردن ریسک سبد سهام در این سطح بازده شناسایی کنند یا سطح ریسک مورد علاقهٔ خویش را برای سبد سهام مشخص و بازده انتظاری سبد سهام را در این سطح ریسک بیشینه کنند. با استفاده از این روش، برای سبد بهینهٔ ارزها مدل زیر در نظر گرفته شده است.

$$Min \quad \sigma_R{}^2 = \sum_{i=1}^{G}\sum_{j=1}^{G} w_i w_j \sigma_{ij}$$

$$s.t \qquad (8)$$

$$\mu_R = \sum_{i=1}^{G} w_i \mu_i \quad (a) \quad , \quad \sum_{i=1}^{G} w_i = 1 \quad (b) \quad , \quad w_i \geq 0 \; ; i = 1,...,G$$

که در آن μ_i نرخ بازده حقیقی مورد انتظار پول i، σ_{ij} کوواریانس بین پول i, j، w_i سهم پول i در پرتفوی، $\sigma_R{}^2$ واریانس پرتفوی و μ_R بازدهی حقیقی مورد انتظار پرتفوی است.

تابع هدف ریسک پرتفوی را حداقل می کند. محدودیت (a) نشان دهندهٔ بازده مورد انتظار از پرتفوی است و محدودیت (b) اطمینان می دهد که تمام بودجه سرمایه‌گذاری شود.

۱.۴.۴. محاسبهٔ بازدهی حقیقی ارزها

بازدهی عبارت است از میزان سود یا ضرر حاصل از سرمایه‌گذاری در یک دورهٔ مشخص که چنانچه به صورت درصد بیان شود به آن نرخ بازدهی گویند. برای محاسبهٔ نرخ بازدهی طی یک دوره، میزان سرمایه در پایان دوره را منهای میزان سرمایه در ابتدای دوره و حاصل را بر میزان سرمایهٔ ابتدای دوره تقسیم و حاصل را در عدد ۱۰۰ ضرب می‌کنیم. بازدهی به دست آمده بدین صورت نرخ بازدهی اسمی است که با ابزار مناسب از جمله نرخ تورم یا نرخ بهره می‌توان نرخ بازدهی حقیقی را به دست آورد. در این تحقیق محاسبهٔ

1 . Markowitz Mean-Variance Approach

بازدهی حقیقی هر یک از ارزها به دو صورت، یکی بدون در نظر گرفتن نرخ بهره و دیگری با در نظر گرفتن نرخ بهره انجام شده است.

الف. محاسبهٔ بازدهی حقیقی ارزها با استفاده از روش پترسون

پترسون در تحقیق خود برای محاسبهٔ بازدهی حقیقی ارزها بدون در نظر گرفتن نرخ بهره، بازده اسمی ارزها را محاسبه و سپس با استفاده از شاخص قیمت واردات تورم زدایی کرده و بازده حقیقی ارزها را به دست آورده است . فرمول پترسون به صورت زیر می باشد.

$$\mu_{it} = \frac{(1 + r_{it})(e_{it+1}/e_{it})}{(P_{t+1}/P_t)} - 1 \qquad (9)$$

که در آن μ_{it} بازدهی حقیقی مورد انتظار ارز i در زمان t، e_{it} نرخ برابری ارز i در برابر ریال ایران در زمان t، r_{it} بازدهی‌اسمی ارز i در زمان t که برابر است با $r_{it} = \frac{e_{it} - e_{it-1}}{e_{it-1}} \times 100$ و P شاخص قیمت واردات می‌باشد که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$P_t = \prod_{i=1}^{G} (e_{it}\, p_{it}^{*})^{a_{it}} \qquad (10)$$

که در آن p_{it}^{*} شاخص قیمت مصرف کننده در کشور i در زمان t و a_{it} وزن واردات بر حسب ارز i در زمان t است

ب. محاسبهٔ بازدهی حقیقی ارزها با در نظر گرفتن نرخ بهره

با توجه به اینکه نگهداری ارزها در بانک‌های خارجی با سود همراه است، برای محاسبهٔ بازدهی حقیقی هر یک از ارزها، نرخ بهره را در فرمول پترسون وارد می‌کنیم؛ یعنی بازده حقیقی هر یک از ارزهای به دست آمده از طریق فرمول پترسون را با نرخ بهره‌ای که به آن ارز داده می‌شود جمع می‌کنیم، عدد به دست آمده به عنوان بازدهی حقیقی مورد انتظار آن ارز استفاده می‌شود. نرخ بهرهٔ مورد استفاده در این تحقیق نرخ بهرهٔ $LIBOR$[1] می باشد.

1 . London Interbank Offered Rate

۵. پیش بینی نرخ برابری ارزها در برابر ریال ایران

به منظور مقایسهٔ عملکرد روش فازی آریما و روش آریما جهت پیش‌بینی، از داده‌های ماهانهٔ نرخ ارز دلار آمریکا، یورو، پوند انگلیس، ین ژاپن و فرانک سوئیس در برابر ریال ایران طی دورهٔ فروردین ۱۳۸۱ لغایت فروردین ۱۳۸۶ استفاده شده است.

با توجه به اینکه پیش‌بینی بر اساس مدل فازی آریما یک پیش‌بینی فاصله‌ای است، برای رسیدن به پیش‌بینی نقطه‌ای از رابطهٔ (۱۱) استفاده می‌کنیم.

$$forecast = \alpha \cdot (u - l) + l \qquad (۱۱)$$

که l محدودهٔ پایینی پیش‌بینی فازی آریما و u محدودهٔ بالایی پیش‌بینی فازی آریما و α ضریبی است که ازکمینه کردن مسئلهٔ (۱۲) به ازای مشاهدات اولیه به دست می‌آید.

$$Min \quad \sum_{t=1}^{n} (\alpha \cdot (u_t - l_t) - (forecast_{ARIMA} - l))_t^2 \quad s.t \ 0 \le \alpha \le 1 \qquad (۱۲)$$

به منظور مقایسهٔ روش فازی آریما و آریما از معیار میانگین مجذور خطا استفاده شده است.

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^{n} (ar_t - pr_t)^2}{n} \qquad (۱۳)$$

که ar_t[1] نرخ واقعی در زمان t و pr_t[2] نرخ پیش‌بینی شده در زمان t است.

۱.۵. پیش‌بینی سری دلار آمریکا (*usd*)

مدل آریما و فازی آریما به دست آمده به ترتیب عبارت است از :

$$\Delta usd_t = 21.851 + 0.494 \varepsilon_{t-1} \qquad (۱۴)$$

$$\Delta usd_t = 21.851 + (0.494, 1.0) \varepsilon_{t-1} \qquad (۱۵)$$

با استفاده از مدل‌های (۱۴) و (۱۵)، پیش‌بینی سری دلار آمریکا (*usd*) در جدول ۱ نشان داده شده است.

1 . Actual Rate

2 . Predication Rate

جدول ۱. پیش‌بینی سری دلار آمریکا (usd)

ماه	واقعی	آریما	فازی آریما	ماه	واقعی	آریما	فازی آریما
۸۱/۳	۷۹۲۵	۷۹۳۶.۹	۷۹۳۶.۸ * (۸۱۱۹و۷۷۵۵)	۸۳/۹	۸۷۹۱	۸۷۹۷.۵	۸۷۹۷.۴ * (۸۸۴۵و۸۷۵۰)
۸۱/۴	۷۹۲۶	۷۹۴۱	۷۹۴۱ * (۸۰۶۰و۷۸۲۲)	۸۳/۱۰	۸۸۱۷	۸۸۰۹.۶	۸۸۰۹.۶ * (۸۸۷۵و۸۷۴۵)
۸۱/۵	۷۹۲۹	۷۹۴۰.۵	۷۹۴۰.۴ * (۸۰۹۰و۷۷۹۱)	۸۳/۱۱	۸۸۵۴	۸۸۴۲.۴	۸۸۴۲.۴ * (۸۹۱۶و۸۷۶۹)
۸۱/۶	۷۹۳۸	۷۹۴۵.۲	۷۹۴۵.۱ * (۸۰۶۰و۷۸۳۱)	۸۳/۱۲	۸۸۵۷	۸۸۸۱.۵	۸۸۸۱.۴ * (۸۹۹۷و۸۷۶۶)
۸۱/۷	۷۹۸۵	۷۹۵۶.۳	۷۹۵۶.۳ * (۸۰۲۸و۷۸۸۴)	۸۴/۱	۸۸۸۵	۸۸۶۶.۷	۸۸۶۶.۶ * (۹۱۱۲و۸۶۲۱)
۸۱/۸	۷۹۸۰	۷۹۸۰.۷	۷۹۸۰.۷ * (۷۹۹۸و۷۹۶۴)	۸۴/۲	۸۹۱۳	۸۹۱۵.۹	۸۹۱۵.۷ * (۹۰۹۹و۸۷۳۳)
۸۱/۹	۷۹۹۴	۸۰۰۲	۸۰۰۱.۵ * (۸۰۰۸و۷۹۹۵)	۸۴/۳	۸۹۶۶	۸۹۳۳.۴	۸۹۳۳.۴ * (۸۹۶۲و۸۹۰۵)
۸۱/۱۰	۷۹۸۱	۸۰۱۲	۸۰۱۲ * (۸۰۸۷و۷۹۳۷)	۸۴/۴	۸۹۹۰	۹۰۰۴	۹۰۰۳.۷ * (۹۳۳۰و۸۶۷۸)
۸۱/۱۱	۷۹۷۸	۷۹۸۷.۵	۷۹۸۷.۳ * (۸۲۹۹و۷۶۷۶)	۸۴/۵	۸۹۹۸	۹۰۰۵	۹۰۰۴.۹ * (۹۱۴۴و۸۸۶۶)
۸۱/۱۲	۸۰۴۸	۷۹۹۵.۲	۷۹۹۵.۱ * (۸۰۹۰و۷۹۰۰)	۸۴/۶	۹۰۱۴	۹۰۱۶.۴	۹۰۱۶.۳ * (۹۰۸۶و۸۹۴۷)
۸۲/۱	۸۱۴۹	۸۰۹۶	۸۰۹۵.۷ * (۷۶۲۴و۷۵۶۸)	۸۴/۷	۹۰۴۳	۹۰۳۴.۷	۹۰۳۴.۷ * (۹۰۵۹و۹۰۱۱)
۸۲/۲	۸۱۴۶	۸۱۹۷.۱	۸۱۹۶.۸ * (۸۷۲۸و۷۶۶۶)	۸۴/۸	۹۰۶۸	۹۰۶۹	۹۰۶۸.۹ * (۹۱۵۲و۸۹۸۶)
۸۲/۳	۸۱۴۹	۸۱۴۳	۸۱۴۲.۴ * (۸۶۵۳و۷۶۳۲)	۸۴/۹	۹۰۸۱	۹۰۸۹.۴	۹۰۸۹.۴ * (۹۰۹۹و۹۰۸۰)
۸۲/۴	۸۲۰۷	۸۱۷۴	۸۱۷۴ * (۸۲۳۸و۸۱۱۰)	۸۴/۱۰	۹۰۹۵	۹۰۹۸.۷	۹۰۹۸.۶ * (۹۱۸۲و۹۰۱۵)
۸۲/۵	۸۲۶۶	۸۲۴۵.۱	۸۲۴۵ * (۸۵۷۵و۷۹۱۵)	۸۴/۱۱	۹۱۱۴	۹۱۱۵	۹۱۱۵ * (۹۱۵۲و۹۰۷۸)
۸۲/۶	۸۳۴۱	۸۲۹۸.۱	۸۲۹۸ * (۸۵۰۷و۸۰۹۰)	۸۴/۱۲	۹۱۳۳	۹۱۳۵.۴	۹۱۳۵.۳ * (۹۱۴۶و۹۱۲۵)
۸۲/۷	۸۳۳۹	۸۳۸۴	۸۳۸۳.۸ * (۸۸۱۳و۷۹۵۵)	۸۵/۱	۹۱۴۶	۹۱۵۳.۷	۹۱۵۳.۶ * (۹۱۷۷و۹۱۳۰)
۸۲/۸	۸۳۵۳	۸۳۳۸.۶	۸۳۳۸.۴ * (۸۷۸۹و۷۸۸۹)	۸۵/۲	۹۱۵۱	۹۱۶۴	۹۱۶۴ * (۹۲۴۱و۹۰۸۷)
۸۲/۹	۸۳۴۰	۸۳۸۱.۹	۸۳۸۱.۸ * (۸۵۲۶و۸۲۳۸)	۸۵/۳	۹۱۶۶	۹۱۶۶.۴	۹۱۶۶.۳ * (۹۲۹۷و۹۰۳۶)
۸۲/۱۰	۸۳۰۸	۸۳۴۱.۱	۸۳۴۰.۹ * (۸۷۶۱و۷۹۲۲)	۸۵/۴	۹۱۸۱	۹۱۸۷.۷	۹۱۸۷.۶ * (۹۱۹۲و۹۱۸۴)
۸۲/۱۱	۸۳۶۶	۸۳۱۳.۴	۸۳۱۳.۳ * (۸۶۴۵و۷۹۸۲)	۸۵/۵	۹۱۸۶	۹۱۹۹.۶	۹۱۹۹.۵ * (۹۲۶۶و۹۱۳۳)
۸۲/۱۲	۸۴۲۱	۸۴۱۳.۸	۸۴۱۳.۶ * (۸۹۳۹و۷۸۸۹)	۸۵/۶	۹۱۹۰	۹۲۰۱.۲	۹۲۰۱.۱ * (۹۳۳۷و۹۰۶۵)
۸۳/۱	۸۵۱۶	۸۴۴۶.۲	۸۴۴۶.۴ * (۸۵۱۹و۸۳۷۴)	۸۵/۷	۹۲۱۳	۹۲۰۶.۳	۹۲۰۶.۳* (۹۳۱۸و۹۰۹۵)
۸۳/۲	۸۵۶۲	۸۵۷۲.۲	۸۵۷۱.۹ * (۹۲۶۸و۷۸۷۶)	۸۵/۸	۹۲۱۸	۹۲۳۸.۱	۹۲۳۸.۱ * (۹۳۰۷و۹۱۷۲)
۸۳/۳	۸۵۹۲	۸۵۷۸.۸	۸۵۷۸.۸ * (۸۶۸۱و۸۴۷۷)	۸۵/۹	۹۲۱۷	۹۲۳۰	۹۲۲۹.۸ * (۹۴۳۱و۹۰۲۹)
۸۳/۴	۸۶۵۳	۸۶۲۰.۴	۸۶۲۰.۳ * (۸۷۵۲و۸۴۸۸)	۸۵/۱۰	۹۲۲۴	۹۲۳۲.۵	۹۲۳۲.۴ * (۹۳۶۲و۹۱۰۳)
۸۳/۵	۸۷۰۸	۸۶۹۰.۹	۸۶۹۰.۸ * (۹۰۱۷و۸۳۶۵)	۸۵/۱۱	۹۲۳۱	۹۲۴۱.۷	۹۲۴۱.۶ * (۹۳۲۶و۹۱۵۷)
۸۳/۶	۸۷۳۹	۸۷۳۸.۳	۸۷۳۸.۱ * (۸۹۰۹و۸۵۶۸)	۸۵/۱۲	۹۲۴۰	۹۲۴۷.۶	۹۲۴۷.۵ * (۹۳۵۴و۹۱۴۱)
۸۳/۷	۸۷۶۱	۸۷۶۱.۲	۸۷۶۱.۲ * (۸۷۶۹و۸۷۵۴)	۸۶/۱	۹۲۴۴	۹۲۵۸.۱	۹۲۵۸ * (۹۳۳۴و۹۱۸۲)
۸۳/۸	۸۷۷۸	۸۷۸۲.۷	۸۷۸۲.۷ * (۸۷۸۵و۸۷۸۱)				

با استفاده از معیار میانگین مجذور خطا، خطای پیش‌بینی عبارت است از :

$MSE(ARIMA) = ۵۴۲.۴۵$ $MSE(Fuzzy\ \ ARIMA) = ۵۴۲.۲$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود خطای پیش بینی فازی آریما کمتر از خطای پیش‌بینی آریماست.

۲.۵. پیش‌بینی سری یورو ($euro$)

مدل آریما و فازی آریما به دست آمده به ترتیب عبارت است از:

$$\Delta euro_t = ۱۲.۱۳۸ + ۰.۲۷۵\Delta euro_{t-۱} + ۰.۵۰۶\Delta euro_{t-۲} + \varepsilon_t - ۰.۲۴۸\varepsilon_{t-۱} - ۰.۷۶۳\varepsilon_{t-۲} - ۰.۳۸۶\varepsilon_{t-۳} \quad (۱۶)$$

$$\Delta euro_t = ۱۲.۱۳۸ + (۰.۲۷۵,۰)\Delta euro_{t-۱} + (۰.۵۰۶,۰)\Delta euro_{t-۲} + \varepsilon_t + (-۰.۲۴۸,۰.۲۹۶)\varepsilon_{t-۱} \quad (۱۷)$$
$$+ (۰.۷۶۳,۲.۹۳۹)\varepsilon_{t-۲} + (-۰.۳۸۶,۱.۶۲۷)\varepsilon_{t-۳}$$

با استفاده از مدل‌های (۱۶) و (۱۷)، پیش‌بینی سری $euro$ در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول ۲. پیش بینی سری یورو ($euro$)

ماه	واقعی	آریما	فازی آریما	ماه	واقعی	آریما	فازی آریما
۸۱/۷	۷۸۰۸	۷۹۰۰	۷۸۸۶ * (۹۰۳۱و۶۷۷۰)	۸۳/۱۱	۱۱۴۸۵	۱۱۶۳۳	۱۱۶۱۶* (۱۲۹۵۷و۱۱۳۰۸)
۸۱/۸	۷۹۵۸	۸۰۳۱	۸۰۲۱*(۸۸۱۰و۷۲۵۳)	۸۳/۱۲	۱۱۷۵۹	۱۱۳۳۷	۱۱۳۲۷* (۱۲۰۶۲و۱۰۶۱۱)
۸۱/۹	۸۰۵۸	۸۱۶۰	۸۱۵۴ * (۸۶۳۹و۷۶۸۱)	۸۴/۱	۱۱۴۹۰	۱۱۶۹۴	۱۱۶۸۶* (۱۲۳۷۴و۱۱۰۱۴)
۸۱/۱۰	۸۳۵۴	۸۲۹۱	۸۲۸۵ * (۸۶۸۷و۷۸۹۴)	۸۴/۲	۱۱۴۴۳	۱۱۳۵۲	۱۱۳۳۲* (۱۲۸۹۴و۹۸۰۹)
۸۱/۱۱	۸۶۰۲	۸۵۸۹	۸۵۸۳ * (۹۰۲۷و۸۱۵۱)	۸۴/۳	۱۱۰۳۹	۱۱۲۷۶	۱۱۲۵۹* (۱۲۵۹۱و۹۹۶۱)
۸۱/۱۲	۸۷۳۳	۸۸۲۰	۸۸۱۵ * (۹۱۷۶و۸۴۶۳)	۸۴/۴	۱۰۸۳۰	۱۰۹۸۴	۱۰۹۷۶ * (۱۱۶۵۵و۱۰۳۱۴)
۸۲/۱	۸۷۶۷	۸۸۹۳	۸۸۹۱ * (۹۰۶۲و۸۷۲۵)	۸۴/۵	۱۱۰۱۶	۱۰۷۶۵	۱۰۷۵۳* (۱۱۶۵۶و۹۸۷۳)
۸۲/۲	۹۲۰۷	۸۹۴۷	۸۹۴۳ * (۹۲۶۱و۸۶۳۳)	۸۴/۶	۱۱۱۰۸	۱۱۱۲۱	۱۱۱۰۹ * (۱۲۰۳۶و۱۰۲۰۶)
۸۲/۳	۹۵۷۶	۹۴۲۳	۹۴۱۵*(۱۰۰۱۲و۸۸۳۴)	۸۴/۷	۱۰۸۷۹	۱۱۱۱۱	۱۱۰۹۸ * (۱۲۱۰۴و۱۰۱۱۷)
۸۲/۴	۹۳۴۷	۹۷۲۴	۹۷۱۱ * (۱۰۷۳۹و۸۷۰۹)	۸۴/۸	۱۰۷۶۰	۱۰۸۴۵	۱۰۸۳۸ * (۱۱۳۶۱و۱۰۳۲۹)
۸۲/۵	۹۳۶۰	۹۳۵۹	۹۳۴۶ * (۱۰۳۴۴و۸۳۷۴)	۸۴/۹	۱۰۷۵۲	۱۰۸۲۶	۱۰۸۱۷ * (۱۱۵۵۳و۱۰۱۰۰)
۸۲/۶	۹۲۳۳	۹۴۸۸	۹۴۷۱ * (۱۰۸۴۷و۸۱۳۰)	۸۴/۱۰	۱۰۹۰۴	۱۰۸۷۵	۱۰۸۶۶ * (۱۱۵۲۳و۱۰۲۲۶)
۸۲/۷	۹۷۰۶	۹۴۲۵	۹۴۱۶ * (۱۰۱۱۸و۸۷۳۲)	۸۴/۱۱	۱۰۹۸۷	۱۱۰۳۶	۱۱۰۳۲ * (۱۱۴۰۲و۱۰۶۷۰)
۸۲/۸	۹۷۴۵	۹۹۰۹	۹۸۹۸ * (۱۰۷۴۵و۹۰۷۳)	۸۴/۱۲	۱۰۹۱۸	۱۱۱۱۷	۱۱۱۱۴ * (۱۱۳۴۰و۱۰۸۹۵)
۸۲/۹	۱۰۱۰۴	۹۹۳۲	۹۹۱۵ * (۱۱۲۲۲و۸۶۴۲)	۸۵/۱	۱۱۱۱۴	۱۱۰۲۹	۱۱۰۲۵ * (۱۱۲۸۰و۱۰۷۷۷)
۸۲/۱۰	۱۰۴۵۹	۱۰۲۰۸	۱۰۱۹۶*(۱۱۱۹۸و۹۲۱۸)	۸۵/۲	۱۱۵۷۷	۱۱۲۹۵	۱۱۲۸۶ * (۱۱۹۸۶و۱۰۶۰۴)
۸۲/۱۱	۱۰۵۹۴	۱۰۶۲۰	۱۰۶۰۹*(۱۱۴۶۷و۹۷۷۳)	۸۵/۳	۱۱۶۶۳	۱۱۷۵۸	۱۱۷۴۹ * (۱۲۴۱۵و۱۱۰۹۹)
۸۲/۱۲	۱۰۴۱۵	۱۰۵۷۱	۱۰۵۵۸*(۱۱۵۹۶و۹۵۴۷)	۸۵/۴	۱۱۶۳۱	۱۱۷۰۸	۱۱۶۹۵ * (۱۲۷۰۳و۱۰۷۱۳)
۸۳/۱	۱۰۲۹۵	۱۰۴۰۸	۱۰۴۰۱*(۱۰۹۳۸و۹۸۷۸)	۸۵/۵	۱۱۷۳۷	۱۱۶۶۰	۱۱۶۵۰ * (۱۲۴۲۰و۱۰۹۰۱)
۸۳/۲	۱۰۲۰۶	۱۰۳۴۱	۱۰۳۳۴*(۱۰۸۷۶و۹۸۰۶)	۸۵/۶	۱۱۷۲۲	۱۱۸۳۹	۱۱۸۳۳ * (۱۲۲۴۲و۱۱۴۳۵)
۸۳/۳	۱۰۴۲۶	۱۰۳۱۳	۱۰۳۰۵*(۱۰۹۴۰و۹۶۸۷)	۸۵/۷	۱۱۶۴۳	۱۱۷۸۴	۱۱۷۷۹ * (۱۲۱۶۹و۱۱۳۹۸)
۸۳/۴	۱۰۶۲۳	۱۰۵۷۲	۱۰۵۶۴*(۱۱۱۸۷و۹۹۵۸)	۸۵/۸	۱۱۷۷۰	۱۱۷۲۰	۱۱۷۱۴ * (۱۲۲۲۹و۱۱۲۱۱)
۸۳/۵	۱۰۶۲۰	۱۰۷۵۴	۱۰۷۴۷ * (۱۳۲۰و۱۰۱۸۸)	۸۵/۹	۱۲۱۵۷	۱۱۹۱۷	۱۱۹۰۹ * (۱۲۵۳۶و۱۱۲۹۹)
۸۳/۶	۱۰۶۱۹	۱۰۶۸۲	۱۰۶۷۷ * (۱۱۰۵۴و۱۰۳۱۰)	۸۵/۱۰	۱۲۰۵۰	۱۲۲۹۷	۱۲۲۹۱ * (۱۲۷۴۳و۱۱۸۵۰)
۸۳/۷	۱۰۸۳۸	۱۰۷۲۸	۱۰۷۲۱ * (۱۱۲۲۳و۱۰۲۳۳)	۸۵/۱۱	۱۲۰۰۰	۱۲۰۸۷	۱۲۰۷۶ * (۱۲۹۴۶و۱۱۲۲۹)
۸۳/۸	۱۱۲۶۹	۱۰۹۸۲	۱۰۹۷۷ * (۱۱۴۱۸و۱۰۵۴۷)	۸۵/۱۲	۱۲۱۷۳	۱۲۰۶۲	۱۲۰۴۶ * (۱۳۲۰۲و۱۰۹۲۱)
۸۳/۹	۱۱۶۶۴	۱۱۳۷۹	۱۱۳۷۳ * (۱۱۸۹۱و۱۱۸۶۸)	۸۶/۱	۱۲۴۰۱	۱۲۳۴۲	۱۲۳۳۳ * (۱۳۰۳۲و۱۳۰۳۲)
۸۳/۱۰	۱۱۷۴۵	۱۱۶۷۰	۱۱۶۵۶ * (۱۲۷۷۷و۱۰۵۶۴)				

با استفاده از معیار میانگین مجذور خطا، خطای پیش‌بینی عبارت است از:

$MSE(Fuzzy\ \ ARIMA) = ۲۹۲۱۱ \qquad MSE(ARIMA) = ۲۹۲۹۱$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود خطای پیش‌بینی فازی آریما کمتر از خطای پیش‌بینی آریماست.

۳.۵. پیش‌بینی سری پوند انگلیس (gbp)

مدل آریما و فازی آریما به دست آمده به ترتیب عبارت است از:

$$\Delta gbp_t = ۱۸۰.۶۶۶ - ۰.۶۱۷\Delta gbp_{t-۱} + \varepsilon_t + ۱.۰۷۳\varepsilon_{t-۱} + ۰.۰۱۷\varepsilon_{t-۲} - ۰.۵۷\varepsilon_{t-۳} \quad (۱۸)$$

$$\Delta gbp_t = ۱۸۰.۶۶۶ + (-۰.۶۱۷,۰.۰۲۶)\Delta gbp_{t-۱} + \varepsilon_t + (۱.۰۷۳,۴.۳۴۳)\varepsilon_{t-۱} + (۰.۰۱۷,۰)\varepsilon_{t-۲} + (-۰.۵۷,۲.۳۸)\varepsilon_{t-۳} \quad (۱۹)$$

با استفاده از مدل‌های (۱۸) و (۱۹)، پیش‌بینی سری پوند انگلیس (gbp) در جدول ۳ ارائه شده است.

با استفاده از معیار میانگین مجذور خطا، خطای پیش‌بینی عبارت است از:

$MSE(Fuzzy\ \ ARIMA) = ۵۶۵۳۳ \qquad MSE(ARIMA) = ۵۶۹۲۶$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود خطای پیش‌بینی فازی آریما کمتر از خطای پیش‌بینی آریماست.

۴.۵. پیش‌بینی سری ین ژاپن (jpy)

مدل آریما و فازی آریما به دست آمده به ترتیب عبارت است از:

$$\Delta jpy_t = ۳۵.۶۴۲ + ۰.۱۴۴\Delta jpy_{t-۱} + ۰.۲۴۱\Delta jpy_{t-۲} - ۰.۶۶۳\Delta jpy_{t-۳} + \varepsilon_t - ۰.۵۰۳\varepsilon_{t-۱} - ۰.۲۱۸\varepsilon_{t-۲} + ۱.۵۰۲\varepsilon_{t-۳} - ۰.۰۶۶\varepsilon_{t-۴} \quad (۲۰)$$

(۲۱)

$$\Delta jpy_t = ۳۵.۶۴۲ + (۰.۱۴۴,۰.۲۵۸)\Delta jpy_{t-۱} + (۰.۲۴۱,۰)\Delta jpy_{t-۲} + (-۰.۶۶۳,۰.۰۱)\Delta jpy_{t-۳} + \varepsilon_t + (-۰.۵۰۳,۰.۷۷)\varepsilon_{t-۱} + (-۰.۲۱۸,۰)\varepsilon_{t-۲} + (۱.۵۰۲,۳.۸۳۵)\varepsilon_{t-۳} + (-۰.۰۶۶,۰)\varepsilon_{t-۴}$$

با استفاده از مدل‌های (۲۰) و (۲۱) پیش‌بینی سری ین ژاپن (jpy) در جدول ۴ نشان داده شده است.

جدول ۳. پیش بینی سری پوند انگلیس (gbp)

فازی آریما	آریما	واقعی	ماه	فازی آریما	آریما	واقعی	ماه
۱۶۷۷۱ * (۱۷۴۸۰و۱۶۰۸۱)	۱۶۷۷۱	۱۶۷۲۸	۸۳/۱۰	۱۲۳۱۵ * (۱۲۶۷۳و۱۱۹۶۶)	۱۲۳۱۹	۱۲۲۸۴	۸۱/۶
۱۶۵۹۶ * (۱۸۰۷۶و۱۵۱۵۶)	۱۶۶۳۲	۱۶۶۲۲	۸۳/۱۱	۱۲۳۶۶ * (۱۲۷۴۵و۱۱۹۹۷)	۱۲۳۵۷	۱۲۴۰۳	۸۱/۷
۱۶۸۳۷ * (۱۷۰۱۱و۱۶۶۶۷)	۱۶۸۲۲	۱۶۹۸۹	۸۳/۱۲	۱۲۵۴۴ * (۱۲۶۹۹و۱۲۳۹۴)	۱۲۵۶۷	۱۲۵۲۵	۸۱/۸
۱۷۱۲۴ * (۱۷۹۲۱و۱۶۳۴۸)	۱۷۱۴۷	۱۶۷۴۸	۸۴/۱	۱۲۶۲۶ * (۱۲۸۰۹و۱۲۴۴۸)	۱۲۶۰۶	۱۲۶۰۴	۸۱/۹
۱۶۶۳۹ * (۱۸۳۶۰و۱۴۹۶۵)	۱۶۶۵۸	۱۶۷۸۵	۸۴/۲	۱۲۶۸۹ * (۱۲۸۷۵و۱۲۵۰۸)	۱۲۷۰۷	۱۲۸۱۳	۸۱/۱۰
۱۶۹۷۰ * (۱۷۸۷۳و۱۶۰۹۲)	۱۶۹۷۷	۱۶۳۳۰	۸۴/۳	۱۲۹۹۹ * (۱۳۵۹۲و۱۲۴۲۲)	۱۳۰۰۲	۱۲۹۸۸	۸۱/۱۱
۱۶۲۶۳ * (۲۰۰۷۹و۱۲۵۴۹)	۱۶۳۲۷	۱۵۹۴۸	۸۴/۴	۱۳۰۵۴ * (۱۳۲۰۱و۱۲۹۱۱)	۱۳۰۴۸	۱۲۷۷۳	۸۱/۱۲
۱۵۸۶۵ * (۱۷۷۸۲و۱۴۰۰۰)	۱۵۸۷۵	۱۶۰۰۶	۸۴/۵	۱۲۶۹۲ * (۱۴۲۳۷و۱۱۱۸۹)	۱۲۷۳۱	۱۲۷۷۸	۸۲/۱
۱۶۶۱۲ * (۱۸۶۹۴و۱۴۵۸۶)	۱۶۶۵۴	۱۶۳۷۳	۸۴/۶	۱۳۰۲۷ * (۱۳۳۵۹و۱۲۷۰۴)	۱۳۰۱۰	۱۳۰۷۵	۸۲/۲
۱۶۲۲۳ * (۱۸۲۹۱و۱۴۲۱۰)	۱۶۲۴۴	۱۵۹۴۴	۸۴/۷	۱۳۲۷۰ * (۱۴۱۵۲و۱۲۴۱۱)	۱۳۳۰۰	۱۳۴۷۸	۸۲/۳
۱۵۹۶۸ * (۱۷۶۰۸و۱۴۳۷۲)	۱۵۹۸۸	۱۵۸۷۹	۸۴/۸	۱۳۵۷۰ * (۱۴۶۰۳و۱۲۵۶۶)	۱۳۵۷۵	۱۳۴۳۱	۸۲/۴
۱۶۱۱۳ * (۱۷۲۴۸و۱۵۰۰۸)	۱۶۱۳۸	۱۵۸۳۷	۸۴/۹	۱۳۴۴۴ * (۱۴۲۲۵و۱۲۶۸۴)	۱۳۴۵۲	۱۳۲۸۴	۸۲/۵
۱۵۸۷۸ * (۱۷۸۹۹و۱۳۹۱۰)	۱۵۸۹۰	۱۵۹۰۴	۸۴/۱۰	۱۳۲۴۱ * (۱۴۴۷۰و۱۲۰۴۵)	۱۳۲۷۱	۱۳۲۶۲	۸۲/۶
۱۶۰۹۷ * (۱۶۳۷۰و۱۵۸۳۲)	۱۶۱۱۶	۱۶۰۴۸	۸۴/۱۱	۱۳۵۴۰ * (۱۳۹۳۰و۱۳۱۶۱)	۱۳۵۲۶	۱۳۸۹۳	۸۲/۷
۱۶۲۳۶ * (۱۷۱۷۵و۱۵۳۲۳)	۱۶۲۳۹	۱۵۹۲۱	۸۴/۱۲	۱۴۱۲۸ * (۱۶۰۸۷و۱۲۲۲۲)	۱۴۱۷۴	۱۴۰۹۸	۸۲/۸
۱۵۸۰۸ * (۱۷۲۵۷و۱۴۳۹۹)	۱۵۸۳۰	۱۶۰۲۶	۸۵/۱	۱۴۰۹۱ * (۱۴۳۵۶و۱۳۸۳۴)	۱۴۰۸۲	۱۴۴۲۸	۸۲/۹
۱۶۳۶۶ * (۱۷۳۶۸و۱۵۳۹۰)	۱۶۳۸۶	۱۶۸۶۷	۸۵/۲	۱۴۵۳۲ * (۱۶۸۴۵و۱۲۲۸۱)	۱۴۵۶۵	۱۴۹۷۲	۸۲/۱۰
۱۷۲۰۳ * (۲۰۱۶۳و۱۴۳۲۱)	۱۷۲۲۹	۱۷۰۳۵	۸۵/۳	۱۵۲۶۷ * (۱۷۲۱۸و۱۳۳۶۹)	۱۵۳۰۲	۱۵۴۹۷	۸۲/۱۱
۱۶۷۶۶ * (۱۸۱۶۱و۱۵۴۰۹)	۱۶۸۰۰	۱۶۸۶۴	۸۵/۴	۱۵۳۶۶ * (۱۷۰۸۰و۱۳۶۹۸)	۱۵۳۷۲	۱۵۴۸۴	۸۲/۱۲
۱۶۹۳۳ * (۱۸۴۶۳و۱۵۴۴۴)	۱۶۹۴۲	۱۷۲۷۶	۸۵/۵	۱۵۵۲۶ * (۱۶۹۳۱و۱۴۱۵۹)	۱۵۵۶۴	۱۵۴۹۸	۸۳/۱
۱۷۶۴۲ * (۱۹۵۷۳و۱۵۷۶۳)	۱۷۶۷۳	۱۷۳۴۹	۸۵/۶	۱۵۴۹۶ * (۱۶۱۹۴و۱۴۸۱۷)	۱۵۴۹۰	۱۵۱۹۶	۸۳/۲
۱۷۰۸۱ * (۱۸۶۷۸و۱۵۵۲۷)	۱۷۱۰۶	۱۷۲۸۴	۸۵/۷	۱۵۱۵۵ * (۱۶۷۵۳و۱۳۶۰۰)	۱۵۱۸۳	۱۵۶۸۱	۸۳/۳
۱۷۴۸۹ * (۱۹۰۶۷و۱۵۹۵۳)	۱۷۵۰۰	۱۷۵۰۸	۸۵/۸	۱۶۰۹۴ * (۱۸۴۴۱و۱۳۸۱۰)	۱۶۱۳۰	۱۵۹۱۸	۸۳/۴
۱۷۷۲۳ * (۱۸۵۰۷و۱۶۹۵۹)	۱۷۷۴۷	۱۸۰۲۹	۸۵/۹	۱۵۸۹۳ * (۱۷۵۵۷و۱۴۲۷۳)	۱۵۹۰۱	۱۵۹۵۲	۸۳/۵
۱۸۰۷۹ * (۱۹۸۳۲و۱۶۳۷۲)	۱۸۰۸۹	۱۸۰۴۵	۸۵/۱۰	۱۵۸۴۲ * (۱۷۲۲۳و۱۴۴۹۷)	۱۵۸۷۸	۱۵۶۶۴	۸۳/۶
۱۸۱۵۷ * (۱۸۴۱۴و۱۷۹۰۸)	۱۸۱۶۸	۱۸۱۰۵	۸۵/۱۱	۱۵۹۱۲ * (۱۷۲۸۴و۱۴۵۷۸)	۱۵۹۱۳	۱۵۷۵۴	۸۳/۷
۱۸۰۰۶ * (۱۸۹۶۷و۱۷۰۷۱)	۱۸۰۱۹	۱۷۹۶۳	۸۵/۱۲	۱۵۶۵۳ * (۱۶۵۲۳و۱۴۸۰۷)	۱۵۶۷۵	۱۶۱۸۱	۸۳/۸
۱۸۱۹۸ * (۱۸۵۸۶و۱۷۸۲۰)	۱۸۱۹۶	۱۸۲۶۵	۸۶/۱	۱۶۷۲۴ * (۱۹۴۸۰و۱۴۰۴۲)	۱۶۷۶۱	۱۶۸۲۱	۸۳/۹

جدول ۴. پیش‌بینی سری ین ژاپن (jpy)

فازی آریما	آریما	واقعی	ماه	فازی آریما	آریما	واقعی	ماه
۸۴۹۵ * (۸۷۴۸و ۸۲۳۷)	۸۴۹۳	۸۵۰۲	۸۳/۱۱	۶۴۶۷ * (۶۵۶۰و ۶۳۷۳)	۶۴۶۶	۶۵۴۷	۸۱/۸
۸۵۴۹ * (۸۸۸۹و ۸۲۰۳)	۸۵۴۶	۸۴۷۰	۸۳/۱۲	۶۴۹۳ * (۶۷۱۵و ۶۲۶۸)	۶۴۹۱	۶۵۲۶	۸۱/۹
۸۳۶۵ * (۸۸۰۲و ۷۹۲۰)	۸۳۶۱	۸۲۶۰	۸۴/۱	۶۶۲۳ * (۶۸۲۰و ۶۴۲۳)	۶۶۲۲	۶۶۹۳	۸۱/۱۰
۸۳۵۹ * (۸۵۲۶و ۸۱۸۹)	۸۳۵۸	۸۴۱۰	۸۴/۲	۶۷۶۰ * (۷۱۶۴و ۶۳۴۸)	۶۷۵۶	۶۶۸۲	۸۱/۱۱
۸۳۲۲ * (۸۶۹۰و ۷۹۴۷)	۸۳۱۹	۸۲۸۴	۸۴/۳	۶۸۴۰ * (۷۰۳۱و ۶۶۴۶)	۶۸۳۸	۶۸۳۷	۸۱/۱۲
۸۳۴۰ * (۸۷۸۴و ۷۸۸۸)	۸۳۳۶	۸۰۸۵	۸۴/۴	۶۹۰۶ * (۷۲۲۰و ۶۵۸۷)	۶۹۰۳	۶۷۹۳	۸۲/۱
۸۱۸۵ * (۸۶۲۹و ۷۷۳۴)	۸۱۸۲	۸۱۰۲	۸۴/۵	۶۸۱۰ * (۷۱۸۷و ۶۴۲۷)	۶۸۰۶	۶۸۹۵	۸۲/۲
۸۲۱۷ * (۸۴۱۴و ۸۰۱۶)	۸۲۱۵	۸۱۶۹	۸۴/۶	۶۸۱۵ * (۶۹۱۶و ۶۷۱۴)	۶۸۱۵	۶۹۰۳	۸۲/۳
۸۰۲۴ * (۹۰۳۴و ۶۹۹۷)	۸۰۱۶	۷۹۳۹	۸۴/۷	۶۷۶۸ * (۷۲۵۸و ۶۲۷۰)	۶۷۶۴	۶۹۳۰	۸۲/۴
۷۸۹۶ * (۸۳۱۶و ۷۴۶۹)	۷۸۹۲	۷۷۲۵	۸۴/۸	۶۹۴۵ * (۷۴۱۵و ۶۴۶۷)	۶۹۴۱	۶۹۳۲	۸۲/۵
۷۶۷۰ * (۸۰۲۸و ۷۳۰۵)	۷۶۶۷	۷۶۲۵	۸۴/۹	۷۰۶۷ * (۷۴۱۱و ۶۷۱۸)	۷۰۶۴	۷۱۵۹	۸۲/۶
۷۶۹۶ * (۸۰۴۶و ۷۳۳۹)	۷۶۹۳	۷۸۴۳	۸۴/۱۰	۷۴۱۴ * (۸۱۷۵و ۶۶۴۰)	۷۴۰۸	۷۵۶۱	۸۲/۷
۷۷۲۲ * (۸۵۳۰و ۶۹۰۰)	۷۷۱۵	۷۷۸۱	۸۴/۱۱	۷۵۸۸ * (۷۸۴۲و ۷۳۲۹)	۷۵۸۶	۷۶۵۵	۸۲/۸
۷۸۱۱ * (۸۰۳۶و ۷۵۸۲)	۷۸۰۹	۷۷۸۲	۸۴/۱۲	۷۷۲۹ * (۸۱۶۷و ۷۲۸۳)	۷۷۲۵	۷۶۹۲	۸۲/۹
۷۸۹۲ * (۸۴۸۷و ۷۲۸۶)	۷۸۸۶	۷۷۶۱	۸۵/۱	۷۷۲۰ * (۸۳۴۲و ۷۰۸۸)	۷۷۱۵	۷۷۸۱	۸۲/۱۰
۷۹۹۶ * (۸۳۴۷و ۷۶۳۸)	۷۹۹۳	۸۱۲۲	۸۵/۲	۷۸۴۷ * (۸۱۸۴و ۷۵۰۳)	۷۸۴۴	۷۹۰۹	۸۲/۱۱
۸۱۲۴ * (۸۴۱۸و ۷۸۲۵)	۸۱۲۱	۸۰۸۴	۸۵/۳	۷۸۶۱ * (۸۰۶۹و ۷۶۴۹)	۷۸۵۹	۷۶۶۰	۸۲/۱۲
۸۰۲۳ * (۸۵۳۹و ۷۴۹۹)	۸۰۱۹	۷۹۴۷	۸۵/۴	۷۸۲۳ * (۸۲۹۱و ۷۳۴۷)	۷۸۱۹	۸۰۱۹	۸۳/۱
۷۹۶۶ * (۸۵۵۲و ۷۳۷۱)	۷۹۶۱	۷۹۵۴	۸۵/۵	۸۰۰۲ * (۸۴۹۵و ۷۵۰۰)	۷۹۹۸	۷۶۹۶	۸۳/۲
۷۹۳۹ * (۸۰۸۸و ۷۷۸۷)	۷۹۳۸	۷۸۵۲	۸۵/۶	۷۷۵۱ * (۸۸۲۲و ۶۶۶۱)	۷۷۴۲	۷۷۷۴	۸۳/۳
۷۹۰۸ * (۸۲۷۴و ۷۵۳۶)	۷۹۰۵	۷۷۹۱	۸۵/۷	۷۸۷۶ * (۸۶۸۴و ۷۰۵۳)	۷۸۶۹	۷۹۶۹	۸۳/۴
۷۸۵۹ * (۷۹۹۰و ۷۷۲۷)	۷۸۵۸	۷۸۲۵	۸۵/۸	۷۷۵۳ * (۹۰۳۰و ۶۴۵۳)	۷۷۴۱	۷۸۷۲	۸۳/۵
۷۸۳۵ * (۸۱۹۶و ۷۴۶۸)	۷۸۳۲	۷۹۱۸	۸۵/۹	۷۸۷۲ * (۸۱۲۰و ۷۶۲۰)	۷۸۷۰	۷۹۶۲	۸۳/۶
۷۸۱۹ * (۸۳۴۱و ۷۲۸۷)	۷۸۱۴	۷۷۱۸	۸۵/۱۰	۷۹۳۶ * (۸۴۱۴و ۷۴۵۰)	۷۹۳۳	۷۹۶۰	۸۳/۷
۷۷۱۴ * (۷۹۶۵و ۷۴۵۹)	۷۷۱۲	۷۶۳۵	۸۵/۱۱	۸۲۴۱ * (۸۷۶۱و ۷۷۱۳)	۸۲۳۷	۸۲۸۱	۸۳/۸
۷۷۴۴ * (۸۱۵۳و ۷۳۲۸)	۷۷۴۰	۷۸۱۷	۸۵/۱۲	۸۴۰۸ * (۸۸۷۶و ۷۹۳۳)	۸۴۰۴	۸۴۹۰	۸۳/۹
۷۸۲۳ * (۸۲۹۷و ۷۳۴۲)	۷۸۱۹	۷۷۸۸	۸۶/۱	۸۶۲۰ * (۸۸۴۵و ۸۳۹۱)	۸۶۱۸	۸۵۲۰	۸۳/۱۰

با استفاده از معیار میانگین مجذور خطا، خطای پیش‌بینی عبارت است از:

$MSE(ARIMA) = ۱۰۹۷۰$ $MSE(Fuzzy\ \ ARIMA) = ۱۰۹۵۶$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود خطای پیش‌بینی فازی آریما کمتر از خطای پیش‌بینی آریماست.

۵.۵. پیش‌بینی سری فرانک سوئیس (chf)

مدل آریما و فازی آریما به دست آمده به ترتیب عبارت است از:

$$\Delta chf_t = ۲.۷۳۲ + ۰.۸۷٤\Delta chf_{t-۱} + \varepsilon_t - ۱.۱۷۸\varepsilon_{t-۱} \qquad (۲۲)$$

$$\Delta chf_t = ۲.۷۳۲ + (۰.۸۷٤,۰.۰۰۰۷)\Delta chf_{t-۱} + \varepsilon_t + (-۱.۱۷۸,٤.۷۱۲)\varepsilon_{t-۱} \qquad (۲۳)$$

با استفاده از مدل‌های (۲۲) و (۲۳) پیش‌بینی سری فرانک سوئیس (chf) در جدول ۵ نشان داده شده است.

جدول ۵. پیش بینی سری فرانک سوئیس (chf)

ماه	واقعی	آریما	فازی آریما	ماه	واقعی	آریما	فازی آریما
۸۱/۴	۵۳۴۵	۵۲۰۰	۵۲۰۰ * (۵۲۰۱و۵۱۹۹)	۸۳/۹	۷۶۴۸	۷۳۶۱	۷۳۶۲ * (۸۷۲۱و۶۰۰۳)
۸۱/۵	۵۳۴۳	۵۴۱۹	۵۴۲۰ * (۶۱۰۳و۴۷۳۶)	۸۳/۱۰	۷۵۹۶	۷۵۵۲	۷۵۵۳ * (۸۹۰۲و۶۲۰۳)
۸۱/۶	۵۳۰۴	۵۴۳۴	۵۴۳۳ * (۵۷۹۳و۵۰۷۴)	۸۳/۱۱	۷۴۰۳	۷۵۰۲	۷۵۰۲ * (۷۷۰۸و۷۲۹۶)
۸۱/۷	۵۳۳۲	۵۴۲۵	۵۴۲۵ * (۶۰۳۶و۴۸۱۴)	۸۳/۱۲	۷۶۱۳	۷۳۵۳	۷۳۵۴ * (۷۸۱۹و۶۸۸۸)
۸۱/۸	۵۴۳۲	۵۴۶۹	۵۴۶۹ * (۵۹۰۹و۵۰۲۹)	۸۴/۱	۷۴۱۱	۷۴۹۴	۷۴۹۴ * (۸۷۱۷و۶۲۶۹)
۸۱/۹	۵۴۷۱	۵۵۶۶	۵۵۶۶ * (۵۷۴۱و۵۳۹۱)	۸۴/۲	۷۴۱۳	۷۳۳۴	۷۳۳۴ * (۷۷۲۳و۶۹۴۶)
۸۱/۱۰	۵۷۳۳	۵۶۱۹	۵۶۲۰ * (۶۰۶۷و۵۱۷۲)	۸۴/۳	۷۱۶۵	۷۳۲۵	۷۳۲۵ * (۷۶۹۶و۶۹۵۴)
۸۱/۱۱	۵۸۶۱	۵۸۳۱	۵۸۳۲ * (۶۳۶۶و۵۲۹۷)	۸۴/۴	۶۹۷۹	۷۱۳۹	۷۱۳۹ * (۷۸۹۲و۶۳۸۶)
۸۱/۱۲	۵۹۶۱	۵۹۴۰	۵۹۴۱ * (۶۰۸۱و۵۸۰۱)	۸۴/۵	۷۰۷۷	۷۰۰۷	۷۰۰۸ * (۷۷۶۲و۶۲۵۴)
۸۲/۱	۵۸۹۰	۶۰۲۷	۶۰۲۷ * (۶۱۲۳و۵۹۳۱)	۸۴/۶	۷۱۸۱	۷۰۸۳	۷۰۸۴ * (۷۴۱۱و۶۷۵۶)
۸۲/۲	۶۱۰۱	۵۹۹۲	۵۹۹۳ * (۶۶۳۹و۵۳۴۶)	۸۴/۷	۷۰۱۰	۷۱۶۰	۷۱۶۰ * (۷۶۱۹و۶۷۰۱)
۸۲/۳	۶۲۳۶	۶۱۶۰	۶۱۶۱ * (۶۶۷۳و۵۶۴۸)	۸۴/۸	۶۹۶۹	۷۰۴۰	۷۰۴۰ * (۷۷۴۶و۶۳۳۳)
۸۲/۴	۶۰۴۹	۶۲۶۷	۶۲۶۸ * (۶۶۲۵و۵۹۱۰)	۸۴/۹	۶۹۵۷	۷۰۱۹	۷۰۱۹ * (۷۳۵۳و۶۶۸۶)
۸۲/۵	۶۰۶۸	۶۱۴۵	۶۱۴۶ * (۷۱۷۵و۵۱۱۶)	۸۴/۱۰	۷۰۲۷	۷۰۲۲	۷۰۲۳ * (۷۳۱۶و۶۷۲۹)
۸۲/۶	۵۹۷۶	۶۱۷۹	۶۱۷۹ * (۶۵۴۴و۵۸۱۳)	۸۴/۱۱	۷۰۶۸	۷۰۸۶	۷۰۸۶ * (۷۱۰۷و۷۰۶۵)
۸۲/۷	۶۲۷۲	۶۱۳۶	۶۱۳۷ * (۷۰۹۲و۵۱۸۲)	۸۴/۱۲	۶۹۷۹	۷۱۲۷	۷۱۲۷ * (۷۲۱۱و۷۰۴۴)
۸۲/۸	۶۲۵۶	۶۳۷۴	۶۳۷۴ * (۷۰۱۱و۵۷۳۸)	۸۵/۱	۷۰۵۹	۷۰۷۹	۷۰۷۹ * (۷۷۷۸و۶۳۷۹)
۸۲/۹	۶۵۱۱	۶۳۸۴	۶۳۸۵ * (۶۹۴۲و۵۸۲۶)	۸۵/۲	۷۴۱۴	۷۱۵۵	۷۱۵۵ * (۷۲۴۸و۷۰۶۱)
۸۲/۱۰	۶۶۹۴	۶۵۸۷	۶۵۸۸ * (۷۱۸۵و۵۹۹۰)	۸۵/۳	۷۴۹۰	۷۴۲۲	۷۴۲۳ * (۸۶۴۳و۶۲۰۱)
۸۲/۱۱	۶۷۴۸	۶۷۳۱	۶۷۳۲ * (۷۲۳۴و۶۲۲۹)	۸۵/۴	۷۴۳۰	۷۴۷۹	۷۴۷۹ * (۷۷۹۹و۷۱۵۹)
۸۲/۱۲	۶۶۱۴	۶۷۷۸	۶۷۷۸ * (۶۸۵۷و۶۶۹۹)	۸۵/۵	۷۴۴۹	۷۴۳۸	۷۴۳۸ * (۷۶۷۰و۷۲۰۷)
۸۳/۱	۶۶۱۶	۶۶۹۳	۶۶۹۳ * (۷۴۶۶و۵۹۱۹)	۸۵/۶	۷۴۰۷	۷۴۵۶	۷۴۵۵ * (۷۵۰۷و۷۴۰۴)
۸۳/۲	۶۵۹۸	۶۷۱۱	۶۷۱۱ * (۷۰۷۳و۶۳۴۹)	۸۵/۷	۷۳۳۶	۷۴۳۰	۷۴۳۰ * (۷۶۵۹و۷۲۰۱)
۸۳/۳	۶۸۴۱	۶۷۱۸	۶۷۱۸ * (۷۲۵۰و۶۱۸۶)	۸۵/۸	۷۳۸۸	۷۳۸۸	۷۳۸۸ * (۷۸۳۲و۶۹۴۴)
۸۳/۴	۶۹۸۴	۶۹۱۱	۶۹۱۲ * (۷۴۹۱و۶۳۳۲)	۸۵/۹	۷۶۳۶	۷۴۳۵	۷۴۳۶ * (۷۴۳۸و۷۴۳۴)
۸۳/۵	۶۹۱۴	۷۰۲۶	۷۰۲۶ * (۷۳۶۸و۶۶۸۴)	۸۵/۱۰	۷۴۸۳	۷۶۲۰	۷۶۲۰ * (۸۵۶۴و۶۶۷۶)
۸۳/۶	۶۸۹۵	۶۹۸۸	۶۹۸۸ * (۷۵۱۷و۶۴۵۹)	۸۵/۱۱	۷۴۱۰	۷۵۱۳	۷۵۱۳ * (۸۱۵۷و۶۸۶۹)
۸۳/۷	۷۰۰۵	۶۹۹۰	۶۹۹۱ * (۷۴۲۷و۶۵۵۳)	۸۵/۱۲	۷۵۴۶	۷۴۷۰	۷۴۷۰ * (۷۹۵۵و۶۹۸۵)
۸۳/۸	۷۳۷۵	۷۰۸۷	۷۰۸۷ * (۷۱۵۶و۷۰۱۸)	۸۶/۱	۷۶۰۰	۷۵۷۸	۷۵۷۹ * (۷۹۳۶و۷۲۲۱)

با استفاده از معیار میانگین مجذور خطا، خطای پیش‌بینی عبارت است از:

$MSE(Fuzzy\ \ ARIMA) = ۱۵۳۷۲$ $MSE(ARIMA) = ۱۵۳۹۶$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود خطای پیش بینی فازی آریما کمتر از خطای پیش بینی آریماست.

می‌توان چنین نتیجه گرفت که خطای پیش‌بینی روش فازی آریما کمتر از خطای پیش‌بینی روش آریماست. افزون بر این، مزیت، روش فازی آریما دو مزیت عمدهٔ دیگر بر روش آریما دارد: ۱. روش فازی آریما یک پیش‌بینی فاصله‌ای را بر اساس بهترین وضعیت احتمال به وجود می‌آورد؛ ۲. روش فازی آریما برخلاف روش آریما با تعداد مشاهدات کم نیز قابل اجراست.

۶. تعیین ترکیب بهینه برای نگهداری ذخایر ارزی

در این بخش، ترکیب بهینه برای نگهداری ذخایر ارزی را یک بار با استفاده از داده‌های واقعی یعنی با استفاده از داده‌های ماهانهٔ ۱۳۸۱ لغایت ۱۳۸۵ و بار دیگر با استفاده از داده‌های ماهانهٔ ۱۳۸۱ لغایت ۱۳۸۵ و پیش‌بینی‌های صورت گرفته برای سال ۱۳۸۶ به دست می‌آوریم. در حقیقت ترکیب به دست آمده با استفاده از داده‌های واقعی مبتنی بر اطلاعات گذشته و ترکیب به دست آمده با استفاده از پیش‌بینی مبتنی بر انتظار ما از آینده است. به بیان دیگر ترکیب به دست آمده با داده‌های واقعی، ترکیب بهینه‌ای است که می‌بایست نگه می‌داشتیم و ترکیب به دست آمده با استفاده از پیش‌بینی، ترکیبی است که باید نگهداری کنیم.

از طرفی با توجه به اینکه در این مقاله برای محاسبهٔ بازدهی حقیقی ارزها از دو روش استفاده شده است، در مجموع چهار ترکیب بهینه برای نگهداری ذخایر ارزی معرفی می‌شود.

۱.۶. تعیین ترکیب بهینه بدون در نظر گرفتن نرخ بهره

در این بخش با استفاده از داده‌های ماهانهٔ ۱۳۸۱ لغایت ۱۳۸۵ و بدون در نظر گرفتن نرخ بهره در محاسبهٔ بازدهی حقیقی ارزها، به تعیین ترکیب بهینه برای نگهداری ذخایر ارزی

می‌پردازیم. برای این منظور بازدهی حقیقی ارزهای دلار آمریکا، یورو، پوند انگلیس، ین ژاپن و فرانک سوئیس با استفاده از روش پترسون (رابطهٔ ۹) برای هرماه به دست می‌آید و با گرفتن میانگین حسابی از بازدهی ماهانه هر یک از ارزها، بردار R به صورت زیر است.

$$R = (۰.۲۵۸ , ۰.۹۷۳ , ۰.۸۲۸ , ۰.٤۲۸ , ۰.۷۹٦)$$

که درایهٔ اول متوسط بازدهی دلار آمریکا، درایهٔ دوم متوسط بازدهی یورو، درایهٔ سوم متوسط بازدهی پوند انگلیس، درایهٔ چهارم متوسط بازدهی ین ژاپن و درایهٔ پنجم متوسط بازدهی فرانک سوئیس است.

ماتریس واریانس ـ کوواریانس نیز با استفاده از بازدهی‌های ماهانه به صورت زیر به دست آمده است:

$$V = \begin{bmatrix} ۰.۰۹۸ & -۰.۳٤۸ & -۰.۲۵۹ & -۰.۰٤۳ & -۰.۳٤۱ \\ -۰.۳٤۸ & ٤.٤۷ & ۳.۱۷ & ۲.۸٦۷ & ٤.۵۷٤ \\ -۰.۲۵۹ & ۳.۱۷ & ۳.۳۹۱ & ۲.٤۰۳ & ۳.۳۷۷ \\ -۰.۰٤۳ & ۲.۸٦۷ & ۲.٤۰۳ & ٤.۵۷۵ & ۳.۲۹۹ \\ -۰.۳٤۱ & ٤.۵۷٤ & ۳.۳۷۷ & ۳.۲۹۹ & ۵.۱٤۹ \end{bmatrix}$$

که در آن درایه‌های قطر اصلی، واریانس هر یک از ارزها و درایه‌های دیگر، کواریانس بین ارزها را نشان می‌دهد.

لذا مسئلهٔ کمینه‌یابی مدل مارکوویتز به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} Min \quad & ۰.۰۹۸X_۱^۲ - ۲\times۰.۳٤۸X_۱X_۲ - ۲\times۰.۲۵۹X_۱X_۳ - ۲\times۰.۰٤۳X_۱X_٤ - ۲\times۰.۳٤۱X_۱X_۵ \\ & + ٤.٤۷X_۲^۲ + ۲\times۳.۱۷X_۲X_۳ + ۲\times۲.۸٦۷X_۲X_٤ + ۲\times٤.۵۷٤X_۲X_۵ + ۳.۳۹۱X_۳^۲ + \\ & ۲\times۲.٤۰۳X_۳X_٤ + ۲\times۳.۳۷۷X_۳X_۵ + ٤.۵۷۵X_٤^۲ + ۲\times۳.۲۹۹X_٤X_۵ + ۵.۱٤۹X_۵^۲ \\ & s.t \qquad (۲۴) \\ & ۰.۲۵۸X_۱ + ۰.۹۷۳X_۲ + ۰.۸۲۸X_۳ + ۰.٤۲۸X_٤ + ۰.۷۹٦X_۵ = \alpha \\ & X_۱ + X_۲ + X_۳ + X_٤ + X_۵ = ۱ \\ & X_i \geq ۰ \qquad \forall i = ۱,...,۵ \end{aligned}$$

در این روابط، سهم دلار آمریکا در ترکیب ذخایر ارزی = $X_۱$ ، سهم یورو در ترکیب ذخایر ارزی = $X_۲$، سهم پوند انگلیس در ترکیب ذخایر ارزی = $X_۳$ ، سهم ین ژاپن در ترکیب ذخایر ارزی = $X_٤$، سهم فرانک سوئیس در ترکیب ذخایر ارزی = $X_۵$

و α میزان بازدهی پرتفولیو است که $۰.۲۵۸ \le \alpha \le ۰.۹۷۳$ با حل مسئلهٔ فوق با استفاده از نرم افزار *Maple* چندین ترکیب به دست می‌آید که با استفاده از معیار "ریسک تقسیم بر بازدهی" ترکیب بهینه به صورت زیر است:

سهم دلار : ۹۳ ٪ - سهم یورو : ۳ ٪ - سهم پوند : ۲٪ - سهم ین : صفر - سهم فرانک : ۲٪

در مرحلهٔ بعد با استفاده از داده‌های ماهانهٔ ۱۳۸۱ لغایت ۱۳۸۵، متغیرهای مرتبط برای سال ۱۳۸۶ با استفاده از روش فازی آریما پیش‌بینی شده و با استفاده از داده‌های ماهانهٔ ۱۳۸۱ لغایت ۱۳۸۶ ترکیب بهینه به‌دست آمده است.

برای این منظور همانند مرحلهٔ قبل عمل کرده و بردارهای R و V به صورت زیر به دست آمده است:

$$R = (۰.۲٤۸ , ۰.۹۲٤ , ۰.۷۸۳ , ۰.٤۲ , ۰.۷۳۹)$$

$$V = \begin{bmatrix} ۰.۳٦ & -۰.۲۹ & -۰.۲۰۹ & -۰.۰٥٥ & -۰.۲۸۲ \\ -۰.۲۹ & ۳.۷٥۱ & ۲.٦٤۱ & ۲.۳۹ & ۳.۸۲۸ \\ -۰.۲۰۹ & ۲.٦٤۱ & ۲.۸۷۱ & ۱.۹٤٦ & ۲.۷۸۸ \\ -۰.۰٥٥ & ۲.۳۹ & ۱.۹٦٤ & ۳.۸٦٤ & ۲.۷۷٤ \\ -۰.۲۸۲ & ۳.۸۲۸ & ۲.۷۸۸ & ۲.۷۷٤ & ٤.۳۱٤ \end{bmatrix}$$

لذا مسئلهٔ کمینه یابی مدل مارکوویتز عبارت است از:

$$\begin{aligned} Min \quad & ۰.۳٦X_۱^۲ - ۲\times۰.۲۹X_۱X_۲ - ۲\times۰.۲۰۹X_۱X_۳ - ۲\times۰.۰٥٥X_۱X_٤ - ۲\times۰.۲۸۲X_۱X_٥ \\ & + ۳.۷٥۱X_۲^۲ + ۲\times۲.٦٤۱X_۲X_۳ + ۲\times۲.۳۹X_۲X_٤ + ۲\times۳.۸۲۸X_۲X_٥ + ۲.۸۷۱X_۳^۲ + \\ & ۲\times۱.۹٤٦X_۳X_٤ + ۲\times۲.۷۸۸X_۳X_٥ + ۳.۸٦٤X_٤^۲ + ۲\times۲.۷۷٤X_٤X_٥ + ٤.۳۱٤X_٥^۲ \end{aligned}$$

$$s.t \qquad (۲٥)$$

$$۰.۲٤۸X_۱ + ۰.۹۲٤X_۲ + ۰.۷۸۳X_۳ + ۰.٤۲X_٤ + ۰.۷۳۹X_٥ = \alpha$$

$$X_۱ + X_۲ + X_۳ + X_٤ + X_٥ = ۱$$

$$X_i \ge ۰ \qquad \forall i = ۱,...,٥$$

در این روابط، سهم دلار آمریکا در ترکیب ذخایر ارزی $= X_۱$، سهم یورو در ترکیب ذخایر ارزی $= X_۲$، سهم پوند انگلیس در ترکیب ذخایر ارزی $= X_۳$ ، سهم ین ژاپن در ترکیب ذخایر ارزی $= X_٤$، سهم فرانک سوئیس در ترکیب ذخایر ارزی $= X_٥$ و α میزان بازدهی پرتفولیو است که $۰.۲٤۸ \le \alpha \le ۰.۹۲٤$

با حل مسئلهٔ فوق با استفاده از نرم افزار *Maple* چندین ترکیب به دست می آید که با استفاده از معیار "ریسک تقسیم بر بازدهی" ترکیب بهینه به صورت است:

سهم دلار : ۷۵٪ - سهم یورو : ۱۵٪ - سهم پوند : ۱۰٪ - سهم ین : صفر - سهم فرانک : صفر

۲.۶. تعیین ترکیب بهینه با در نظر گرفتن نرخ بهره

با در نظر گرفتن نرخ بهره در محاسبهٔ بازدهی حقیقی ارزها بردارهای R و V به صورت زیر به دست آمده است:

$$R = (۲.۹۹۲٤, ۳.۵۱۹۷, ۵.۲۳۳٤, ۰.۵۲٦۹, ۱.۵۷۷٦)$$

$$V = \begin{bmatrix} ۲.۳۳۲ & -۰.۷۵۱ & -۰.۰٤۱ & -۰.۸٦٦ & -۰.٤۹ \\ -۰.۷۵۱ & ۵.۰٤۹ & ۳.۰۱۹ & ۲.۸۵۲ & ٤.۸۳۲ \\ -۰.۰٤۱ & ۳.۰۱۹ & ۳.۳٤٦ & ۲.۱۱۲ & ۳.۲۸۹ \\ -۰.۸٦٦ & ۲.۸۵۲ & ۲.۱۱۲ & ٤.٤۵٦ & ۳.۱۳۲ \\ -۰.٤۹ & ٤.۸۳۲ & ۳.۲۸۹ & ۳.۱۳۲ & ۵.۲٦۷ \end{bmatrix}$$

لذا مسئلهٔ کمینه یابی مدل مارکوویتز به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} Min \quad & ۲.۳۳۲X_۱^۲ - ۲\times۰.۷۵۱X_۱X_۲ - ۲\times۰.۰٤۱X_۱X_۳ - ۲\times۰.۸٦٦X_۱X_٤ - ۲\times۰.٤۹X_۱X_۵ \\ & + ۵.۰٤۹X_۲^۲ + ۲\times۳.۰۱۹X_۲X_۳ + ۲\times۲.۸۵۲X_۲X_٤ + ۲\times٤.۸۳۲X_۲X_۵ + ۳.۳٤٦X_۳^۲ + \\ & ۲\times۲.۱۱۲X_۳X_٤ + ۲\times۳.۲۸۹X_۳X_۵ + ٤.٤۵٦X_٤^۲ + ۲\times۳.۱۳۲X_٤X_۵ + ۵.۲٦۷X_۵^۲ \end{aligned}$$

$$s.t \qquad (۲۶)$$

$$۲.۹۹۲٤X_۱ + ۳.۵۱۹۷X_۲ + ۵.۲۳۳٤X_۳ + ۰.۵۲٦۹X_٤ + ۱.۵۷۷٦X_۵ = \alpha$$

$$X_۱ + X_۲ + X_۳ + X_٤ + X_۵ = ۱$$

$$X_i \geq ۰ \qquad \forall i = ۱,...,۵$$

در این روابط : سهم دلار آمریکا در ترکیب ذخایر ارزی $= X_۱$ ، سهم یورو در ترکیب ذخایر ارزی $= X_۲$، سهم پوند انگلیس در ترکیب ذخایر ارزی $= X_۳$ ، سهم ین ژاپن در ترکیب ذخایر ارزی $= X_٤$، سهم فرانک سوئیس در ترکیب ذخایر ارزی $= X_۵$ و α میزان بازدهی پرتفولیو استکه $۰.۵۲٦۹ \leq \alpha \leq ۵.۲۳۳٤$

با حل مسئلهٔ فوق با استفاده از نرم افزار *Maple* چندین ترکیب به دست می‌آید که با استفاده از معیار "ریسک تقسیم بر بازدهی" ترکیب بهینه به صورت:

سهم دلار : ۵۳٪ - سهم یورو : ۹٪ - سهم پوند : ۳۴٪ - سهم ین : ۴٪ - سهم فرانک : صفر

با در نظر گرفتن پیش‌بینی سال ۱۳۸۶ بردارهای R و V به صورت زیر به دست آمده است:

$$R = (\text{۳.۴۳۹} \ , \text{۳.۷۹۵} \ , \text{۵.۴۳۷} \ , \text{۰.۶۱۱} \ , \text{۱.۸۶۹۶} \ )$$

$$V = \begin{bmatrix} ۲.۸۹۷ & -۰.۰۲۳ & ۰.۴۱۱ & -۰.۵۳۸ & ۰.۲۲۸ \\ ۰.۰۲۳ & ۴.۵۷۹ & ۲.۷۸۴ & ۲.۴۸۱ & ۴.۴۱۴ \\ ۰.۴۱۱ & ۲.۷۸۴ & ۳.۰۳۹ & ۱.۷۷۷ & ۳.۰۰۱ \\ -۰.۵۳۸ & ۲.۴۸۱ & ۱.۷۷۷ & ۳.۸۰۶ & ۲.۷۴۵ \\ ۰.۲۲۸ & ۴.۴۱۴ & ۳.۰۰۱ & ۲.۷۴۵ & ۴.۸۱۱ \end{bmatrix}$$

لذا مسئلهٔ کمینه‌یابی مدل مارکوویتز به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} Min \quad & ۲.۸۹۷X_۱^۲ - ۲\times۰.۰۲۳X_۱X_۲ + ۲\times۰.۴۱۱X_۱X_۳ - ۲\times۰.۵۳۸X_۱X_۴ + ۲\times۰.۲۲۸X_۱X_۵ \\ & + ۴.۵۷۹X_۲^۲ + ۲\times۲.۷۸۴X_۲X_۳ + ۲\times۲.۴۸۱X_۲X_۴ + ۲\times۴.۴۱۴X_۲X_۵ + ۳.۰۳۹X_۳^۲ + \\ & ۲\times۱.۷۷۷X_۳X_۴ + ۲\times۳.۰۰۱X_۳X_۵ + ۳.۸۰۶X_۴^۲ + ۲\times۲.۷۴۵X_۴X_۵ + ۴.۸۱۱X_۵^۲ \\ & s.t \qquad (۲۷) \\ & ۳.۴۳۹X_۱ + ۳.۷۹۵X_۲ + ۵.۴۳۷X_۳ + ۰.۶۱۱X_۴ + ۱.۸۶۹۶X_۵ = \alpha \\ & X_۱ + X_۲ + X_۳ + X_۴ + X_۵ = ۱ \\ & X_i \geq ۰ \qquad \forall i = ۱,...,۵ \end{aligned}$$

در این روابط: سهم دلار آمریکا در ترکیب ذخایر ارزی $X_1 =$ ، سهم یورو در ترکیب ذخایر ارزی $X_2 =$، سهم پوند انگلیس در ترکیب ذخایر ارزی $X_3 =$ ، سهم ین ژاپن در ترکیب ذخایر ارزی $X_4 =$، سهم فرانک سوئیس در ترکیب ذخایر ارزی $X_5 =$ و α میزان بازدهی پرتفولیو است که $۰.۶۱۱ \leq \alpha \leq ۵.۴۳۷$

با حل مسئلهٔ فوق با استفاده از نرم افزار *Maple* چندین ترکیب به دست می‌آید که با استفاده از معیار "ریسک تقسیم بر بازدهی" ترکیب بهینه به صورت زیر است:

سهم دلار : ۴۴ ٪ - سهم یورو : صفر - سهم پوند : ۴۹٪ - سهم ین : ۷٪ - سهم فرانک : صفر

ترکیب های به دست آمده در جدول ۶ نشان داده شده است.

سال	نرخ بهره	سهم دلار	سهم یورو	سهم پوند	سهم ین	سهم فرانک
۸۵-۸۱	منظور نگردید	٪۹۳	٪۳	٪۲	صفر	٪۲
۸۵-۸۱	منظورگردید	٪۵۳	٪۹	٪۳۴	٪۴	صفر
۸۶-۸۱	منظور نگردید	٪۷۵	٪۱۵	٪۱۰	صفر	صفر
۸۶-۸۱	منظورگردید	٪۴۴	صفر	٪۴۹	٪۷	صفر

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در حالتی که از نرخ بهره برای محاسبهٔ بازدهی حقیقی ارزها استفاده شده است، سهم پوند در ترکیب ذخایر ارزی افرایش می‌یابد که سبب آن بالاتر بودن نرخ بهرهٔ پوند نسبت به سایر ارزهاست. همچنین در حالتی که ترکیب بهینه با استفاده از پیش‌بینی‌های صورت گرفته به دست آمده است، ملاحظه می‌شود که سهم دلار کاهش می‌یابد که دلیل آن کاهش مستمر ارزش دلار در برابر سایر ارزهاست.

شایان ذکر است که این نتایج با استفاده از معیار "ریسک تقسیم بر بازدهی" به دست آمده و با توجه به اینکه نرخ برابری دلار در برابر ریال تحت کنترل بانک مرکزی است، نوسانات بسیار کمی دارد، لذا دلار دارای ریسک کمی است و به این علت با وجود کاهش مستمر دلار در برابر سایر ارزها، سهم دلار در ترکیب ذخایر ارزی سهم بالایی به دست آمده است.

نکتهٔ دیگری که باید به آن توجه شود این است که نوسانات ارزها در جهت مثبت است، یعنی اینکه نرخ برابری ارزها در برابر ریال عموماً افزایش می‌یابد، لذا استفاده از فاکتور ریسک در تعیین ترکیب بهینه به عنوان یک عامل منفی در این حالت قابل تأمل است. لذا اگر تنها به بازدهی توجه شود و ریسک در نظر گرفته نشود، باید تمام ذخایر ارزی با ارزی نگهداری شود که دارای بالاترین بازدهی است. لذا در حالتی که نرخ بهره در نظر گرفته نمی‌شود، یورو و در حالتی که نرخ بهره در نظر گرفته می شود، پوند باید نگهداری شود.

۷. نتیجه و پیشنهادها

۱. با مقایسهٔ دو روش آریما و فازی آریما برای پیش‌بینی، ملاحظه می‌شود که روش فازی آریما نه تنها یک پیش‌بینی فاصله‌ای ارائه می‌کند، بلکه دارای خطای پیش‌بینی کمتری نسبت به روش آریماست.

۲. با مقایسهٔ ترکیب‌های حاصل از تحقیق ملاحظه می‌شود که می‌توان سهم دلار را در ترکیب ذخایر ارزی کاهش و سهم یورو و پوند را در ترکیب ذخایر ارزی کشور افزایش داد.

۳. با توجه به ترکیب‌های حاصل از تحقیق ملاحظه می‌شود که جایگزینی یورو به جای

دلار به عنوان ارز غالب در سبد ارزی کشور در حالتی که بازدهی حقیقی ارزها بدون در نظر گرفتن نرخ بهره به دست آمده، قابل توجیه است، اما در حالتی که بازدهی حقیقی ارزها با در نظر گرفتن نرخ بهرهٔ به دست آمده، قابل توجیه نیست، پوند به عنوان ارز غالب باید در نظر گرفته شود. دلیل این امر را می‌توان بالاتر بودن نرخ بهرهٔ پوند و دلار نسبت به یورو در سیستم پولی دنیا دانست.

نکات قابل توجه در این تحقیق عبارت است از :

الف. نتایج تحقیق با این فرض به دست آمده است که هیچ محدودیتی از نظر عرضهٔ ارزها وجود نداشته باشد، یعنی چنانچه بخواهیم تمام ذخایر ارزی خود را مثلاً با ارز یورو نگهداری کنیم، هیچ محدودیتی وجود نداشته باشد. اما چنانچه محدودیتی از نظر عرضهٔ ارزها وجود داشته باشد یا بخواهیم جهت سیاستی حداقل یا حداکثری را برای ارزها قائل شویم، می‌توانیم با قرار دادن محدودیت‌های مورد نظر در مدل مارکوویتز، ترکیب بهینه‌ای برای نگهداری ذخایر ارزی را به دست آوریم.

ب. مدل مارکوویتز یک مدل کمی است که تنها به ریسک و بازدهی توجه دارد. حال چناچه بخواهیم مسائل سیاسی از جمله تحریم اقتصادی علیه کشور را لحاظ کنیم، مدل مارکوویتز قادر به در نظر گرفتن آنها نیست و در این شرایط کارایی خود را از دست می دهد.

با توجه به نتایج تحقیق پیشنهاد می‌شود که:

۱. بانک مرکزی افزون بر کاهش سهم دلار در سبد ارزی کشور، می تواند سهم پوند را در سبد ارزی کشور افزایش دهد.

۲. ترکیب بهینه برای نگهداری ذخایر ارزی به طور مداوم تعیین شود تا از ضررهای احتمالی ناشی از کاهش ارزش ارزهای غالب در سبد ارزی کشور جلوگیری گردد.

۸. منابع

ابریشمی، حمید (۱۳۸۱)، *اقتصادسنجی کاربردی*، تهران، انتشارات دانشگاه تهران.

بی‌ریا، سهیلا (۱۳۸۳)، *تقاضای ذخایر ارزی کشورهای صادرکنندهٔ موادخام*، رسالهٔ دکتری دانشگاه تربیت مدرس.

پارکر، جونز (۱۳۸۰)، مدیریت سبد سهام، ترجمهٔ محمد شاه علیزاده، تهران، انتشارات مرکز آموزش و تحقیقات صنعتی ایران.

سجادی، سیدجعفر (۱۳۸۱)، «بررسی نحوهٔ پیدایش تغییر در سبد ارزی، جهت کاهش ریسک ذخیره ارزی در قبال حوادث اخیر سیاسی»، *پژوهشنامهٔ اقتصادی*، زمستان، شمارهٔ ۷۳.

Click Reid W., (2006), "On the Composition of Asian Central Bank Reserves:Will the Euro Replace the Dollar?", *Journal of Asian Economics* 17 pp 417–426.

Markowitz, H.H. (1987), *Mean–Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Market* , Basil Blackwell, New York.

_____, (1952), "Portfolio selection ", *J. Finance* 7 (1) 77-91.

Petursson , *The Optimal Currency Composition of Foreign Reserves , IOES* Working Paper Series (1995)

Ramaswamy Srichander (1999), "Reserve Currency Allocation: An Alternative Methodology", *BIS WORKING PAPERS* , No. 72 – August.

Tanaka H, Uejima S, Asia K, (1982), "Linear Regression Analysis with Fuzzy Model", *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics* 12 (6) 903-907.

Tseng F.M., Tzeng G.H., Yu H.C,Yuan B.J.C,Fuzzy (2001), "ARIMA Model for Forecasting the Foreign Exchange Market", *Fuzzy Sets and Systems* 118, pp 9-19.

Zimmermann. H. J. (1996), Fuzzyset Theory and its Applications, Third Edition, Kluwer Academic Publication